Jahresbericht

über das

Königliche Katholische Gymnasium

in Konitz

vom Schuljahre 1872—73,

mit welchem

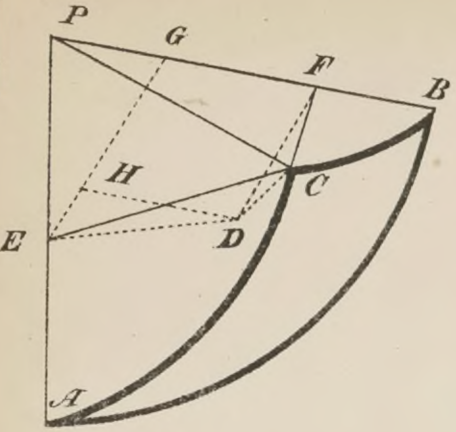
zu der öffentlichen Prüfung am 1. August und zu den Schlussfeierlichkeiten am 2. August 1873

ergebenst einladet

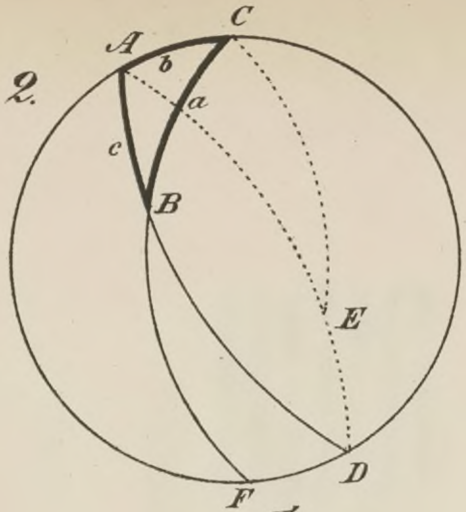
der Director des Gymnasiums,
Dr. August Uppenkamp.

KONITZ, 1873.
Buchdruckerei von Fr. W. Gebauer.

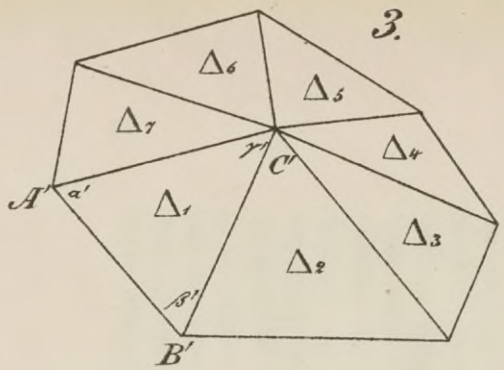
1.



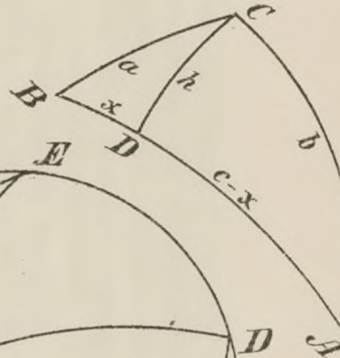
2.



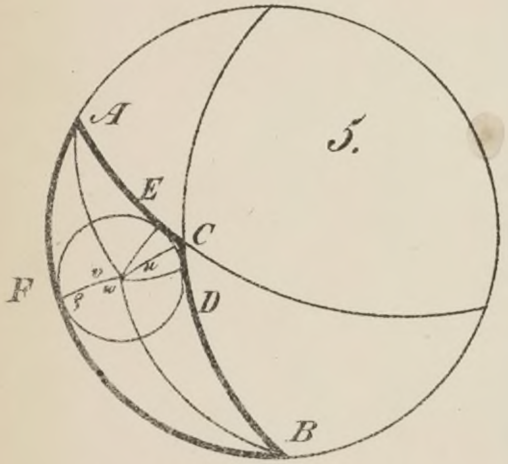
3.



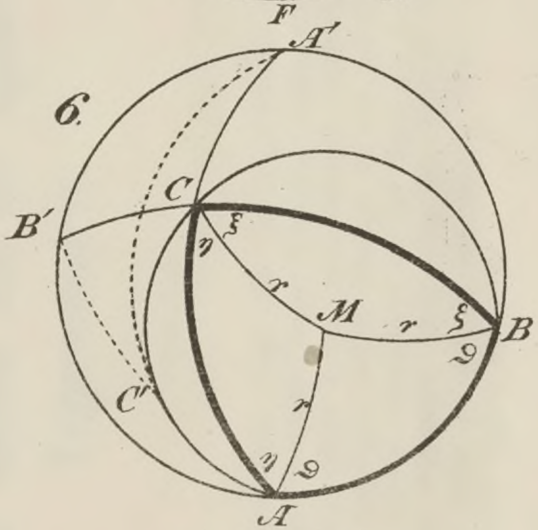
4.



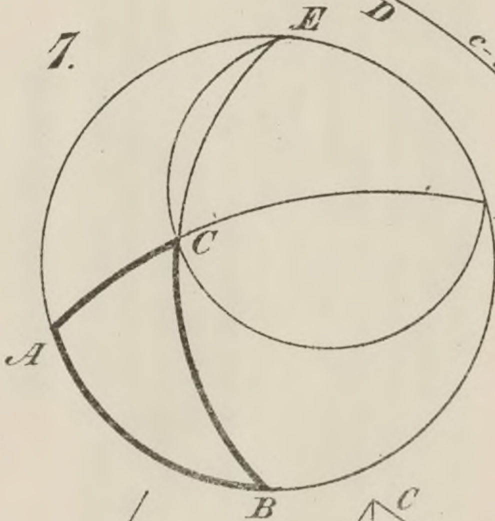
5.



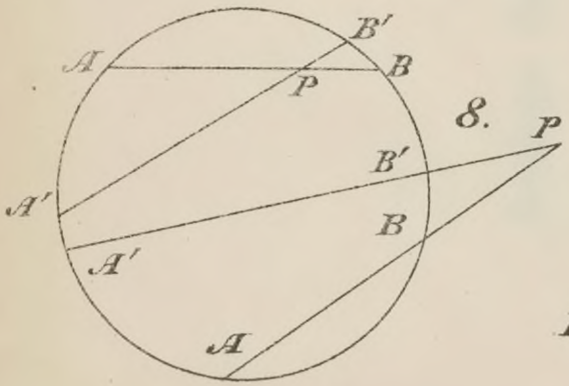
6.



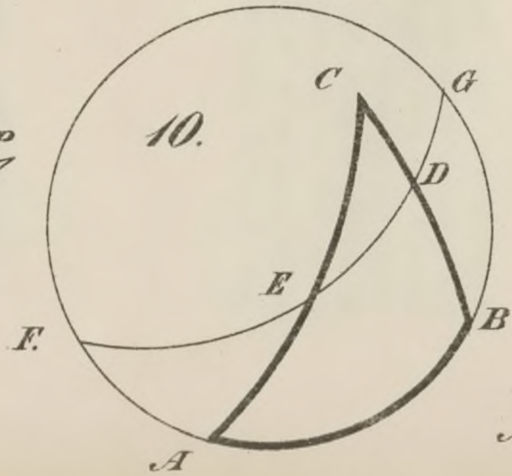
7.



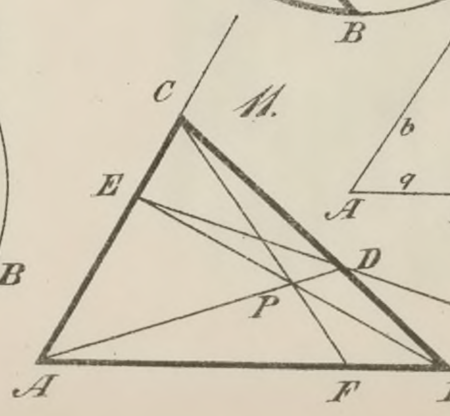
8.



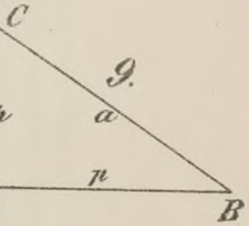
10.

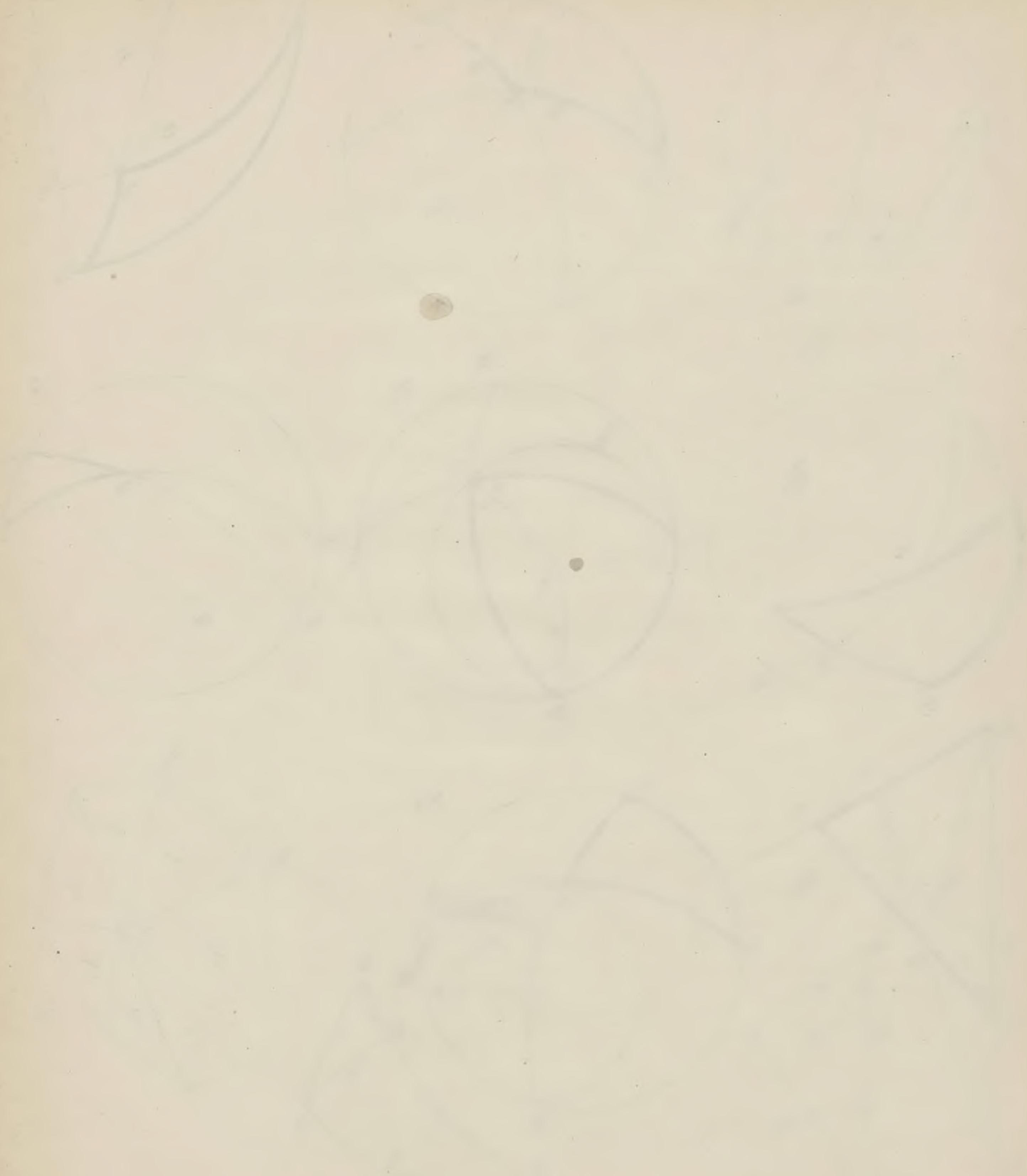


11.



9.





Analoga der ebenen und der sphärischen Trigonometrie.

Die sphärische Trigonometrie geht zwar über das gegenwärtige Gymnasialpensum hinaus, doch ist sie geeignet, vorgeschrittenen Schülern, welche die ebene Trigonometrie und die Stereometrie erfasst haben, eine lohnende Beschäftigung zu bieten, da dieselbe in Form von Aufgaben, welche Analoga zu den bekannten Sätzen der ebenen Trigonometrie zu suchen veranlassen, an der Hand des Lehrers in wenigen Stunden von dem Schüler verstanden wird. Die hier folgende Zusammenstellung sphärisch-trigonometrischer Sätze ist auf die angedeutete Weise entstanden. Auf Vollständigkeit macht dieselbe keinen Anspruch.

§ 1.

Hauptgleichungen.

Um eine dreiseitige körperliche Ecke P, welche durch Zusammenfalten eines Stückes Papier leicht veranschaulicht werden kann, lege man eine Kugel mit dem beliebigen Radius r. Durch die drei Kanten der körperlichen Ecke werden auf der Kugeloberfläche die drei Punkte A, B, C bestimmt; die drei Ebenen, welche in P zusammenstossen, werden in den Bogen grösster Kreise AB, AC, BC geschnitten. Jene drei Punkte sind die Ecken, die drei Bogen die Seiten des sphärischen Dreiecks. Da Kreisbogen und zugehörige Centriwinkel durch dieselbe Anzahl von Graden gemessen werden, so werden die Seiten des sphärischen Dreiecks und der körperlichen Ecke durch dieselbe Anzahl von Graden gemessen. Da man unter dem Winkel, welchen zwei krumme Linien mit einander bilden, denjenigen Winkel versteht, welcher von den zugehörigen Tangenten in dem Schnittpunkte gebildet wird, so sind die Winkel des sphärischen Dreiecks dieselben, wie die Winkel der

körperlichen Ecke. Man bezeichne die Winkel des sphärischen Dreiecks A B C mit α, β, γ und die den Winkeln gegenüberliegenden Seiten mit a, b, c. (Fig. 1.)

Durch den Punkt C lege man die zu PA und PB senkrechten Ebenen. Dieselben schneiden einander in der zu APB senkrechten Kante CD. In den bei D rechtwinkeligen Dreiecken CDE und CDF ist $\sphericalangle$ CED $= \alpha$ und $\sphericalangle$ CFD $= \beta$.

$$CD = CE \,.\, \sin\alpha = r \,.\, \sin b \,.\, \sin\alpha$$
$$CD = CF \,.\, \sin\beta = r \,.\, \sin a \,.\, \sin\beta$$

(1.) Folgerung: $\dfrac{\sin a}{\sin b} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}, \quad \dfrac{\sin a}{\sin c} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma}, \quad \dfrac{\sin b}{\sin c} = \dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$

Dieser Satz entspricht dem Sinussatze des ebenen Dreiecks und führt zu der Lösung der beiden Grundaufgaben:

1) Zur Bestimmung eines Dreiecks sind gegeben zwei Winkel und die dem einen von beiden gegenüberliegende Seite.
2) Zur Bestimmung eines Dreiecks sind gegeben zwei Seiten und ein Winkel, welcher der einen von beiden gegenüberliegt.

Ein Unterschied tritt nur insofern ein, als die Summe der Winkel eines sphärischen Dreiecks 180^0 übersteigt.

Man ziehe noch EG $\parallel$ DF und D H $\parallel$ FP.

$$r.\cos a = P\,F = PG + GF$$
$$PG = PE\cos c = r\,.\,\cos b\,.\cos c$$
$$GF = DH = DE\,.\,\sin c = CE\,.\,\cos\alpha\,.\sin c.$$
$$GF = r\,.\sin b\,.\,\sin c\,.\cos\alpha$$
$$PG + GF = r\,.\cos b\,.\cos c + r\,.\sin b\,.\sin c\,.\cos\alpha$$

(2.) Folgerung:
$$\begin{cases} \cos a = \cos b\,.\cos c + \sin b\,.\sin c\,.\cos\alpha \\ \cos b = \cos a\,.\cos c + \sin a\,.\sin c\,.\cos\beta \\ \cos c = \cos a\,.\cos b + \sin a\,.\sin b\,.\cos\gamma \end{cases}$$

(2.)*
$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{\cos a - \cos b\,.\cos c}{\sin b\,.\,\sin c} \\ \cos\beta = \dfrac{\cos b - \cos a\,.\,\cos c}{\sin a\,.\,\sin c} \\ \cos\gamma = \dfrac{\cos c - \cos a\,.\,\cos b}{\sin a\,.\,\sin b} \end{cases}$$

Die Gleichungen (2.) und (2.)* enthalten das Analogon zu dem Cosinussatze der ebenen Trigonometrie und führen zu der Lösung der Grundaufgaben:

3) Ein Dreieck zu bestimmen aus zwei Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel.
4) Ein Dreieck zu bestimmen aus den drei Seiten.

Drückt man DF in doppelter Weise aus, so ergiebt sich eine neue Relation zwischen gewissen Dreiecksstücken.

$$DF = CF \cos\beta = r \,.\, \sin a \,.\, \cos\beta$$
$$DF = EG - EH$$
$$EG = PE \,.\, \sin c = r \,.\, \cos b \,.\, \sin c$$
$$EH = DE \,.\, \cos c = CE \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos c = r \,.\, \sin b \,.\, \cos c \,.\, \cos\alpha$$
$$DF = r \,.\, \cos b \,.\, \sin c - r \,.\, \sin b \,.\, \cos c \,.\, \cos\alpha$$

(3.) Folgerung: $\sin a \,.\, \cos\beta = \cos b \,.\, \sin c - \sin b \,.\, \cos c \,.\, \cos\alpha$

Mit Benützung des Sinussatzes lässt sich diese Gleichung leicht auf folgende Formen bringen:

(3.)* $$\sin\alpha \,.\, \operatorname{cotg}\beta = \cos b \,.\, \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} - \cos c \,.\, \cos\alpha$$

(3.)** $$\sin\alpha \,.\, \operatorname{cotg}\beta = \operatorname{cotg} b \,.\, \sin c - \cos c \,.\, \cos\alpha$$

Die letzte Gleichung enthält nur vier Dreiecksstücke. Die Bestimmung von cotg b oder cotg β durch die übrigbleibenden Stücke führt zur Aufstellung zweier Aufgaben, welche in folgenden Gleichungen ihre Lösung finden:

5) $$\begin{cases} \operatorname{cotg} a = \dfrac{\sin\beta \,.\, \operatorname{cotg}\alpha + \cos\beta \,.\, \cos c}{\sin c} = \dfrac{\sin\gamma \,.\, \operatorname{cotg}\alpha + \cos\gamma \,.\, \cos b}{\sin b} \\ \operatorname{cotg} b = \dfrac{\sin\alpha \,.\, \operatorname{cotg}\beta + \cos\alpha \,.\, \cos c}{\sin c} = \dfrac{\sin\gamma \,.\, \operatorname{cotg}\beta + \cos\gamma \,.\, \cos a}{\sin a} \\ \operatorname{cotg} c = \dfrac{\sin\alpha \,.\, \operatorname{cotg}\gamma + \cos\alpha \,.\, \cos b}{\sin b} = \dfrac{\sin\beta \,.\, \operatorname{cotg}\gamma + \cos\beta \,.\, \cos a}{\sin a} \end{cases}$$

6) $$\begin{cases} \operatorname{cotg}\alpha = \dfrac{\sin c \,.\, \operatorname{cotg} a - \cos\beta \cos c}{\sin\beta} = \dfrac{\sin b \,.\, \operatorname{cotg} a - \cos\gamma \,.\, \cos b}{\sin\gamma} \\ \operatorname{cotg}\beta = \dfrac{\sin c \,.\, \operatorname{cotg} b - \cos\alpha \,.\, \cos c}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin a \,.\, \operatorname{cotg} b - \cos\gamma \,.\, \cos a}{\sin\gamma} \\ \operatorname{cotg}\gamma = \dfrac{\sin b \,.\, \operatorname{cotg} c - \cos\alpha \,.\, \cos b}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin a \,.\, \operatorname{cotg} c - \cos\beta \,.\, \cos a}{\sin\beta} \end{cases}$$

Durch 5) sind die fehlenden Seiten zu bestimmen, wenn eine Seite und die beiden anliegenden Winkel gegeben sind; durch 6) die fehlenden Winkel, wenn ein Winkel und die ihn einschliessenden Seiten gegeben sind.

Das Analogon zu (3.)** für das ebene Dreieck ist unschwer zu finden.

Wenn man innerhalb der gegebenen körperlichen Ecke einen beliebigen Punkt annimmt und von demselben zu den Kanten senkrechte Ebenen fällt, so entsteht eine neue körperliche Ecke, deren Seiten die Supplemente zu den Winkeln der ersteren und deren Winkel die Supplemente zu den Seiten der ersteren sind. Diese neue körperliche Ecke heisst darum Supplementarecke in Bezug auf die erstere. Ihr entspricht ein sphärisches Dreieck A′ B′ C′, welches Supplementardreieck zu A B C ist. Die Winkel von A′ B′ C′ seien α', β', γ', die Seiten a′, b′, c′. Es finden also folgende Gleichungen statt:

$a + \alpha' = 180^0$	$\cos a = -\cos \alpha'$
$b + \beta' = 180^0$	$\cos b = -\cos \beta'$
$c + \gamma' = 180^0$	$\cos c = -\cos \gamma'$
$\alpha + a' = 180^0$	$\cos \alpha = -\cos a'$
$\beta + b' = 180^0$	$\sin b = \sin \beta'$
$\gamma + c' = 180^0$	$\sin c = \sin \gamma'$
	u. s. w.

Die Einsetzung dieser Resultate in die unter (1.), (2.), (3.) gefundenen Gleichungen führt zu Beziehungen zwischen den Seiten und Winkeln des Supplementardreiecks. Dieselben gelten also unverändert auch für das Hauptdreieck. Von diesen Beziehungen ist die wichtigste diejenige, welche aus (2.) sich ergiebt, weil die übrigen wesentlich nichts Neues enthalten.

$$(4.)\quad \begin{cases} \cos \alpha = -\cos \beta \,.\, \cos \gamma + \sin \beta \,.\, \sin \gamma \,.\, \cos a \\ \cos \beta = -\cos \alpha \,.\, \cos \gamma + \sin \alpha \,.\, \sin \gamma \,.\, \cos b \\ \cos \gamma = -\cos \alpha \,.\, \cos \beta + \sin \alpha \,.\, \sin \beta \,.\, \cos c \end{cases}$$

$$(4.)^*\quad \begin{cases} \cos a = \dfrac{\cos \beta \,.\, \cos \gamma + \cos \alpha}{\sin \beta \,.\, \sin \gamma} \\ \cos b = \dfrac{\cos \alpha \,.\, \cos \gamma + \cos \beta}{\sin \alpha \,.\, \sin \gamma} \\ \cos c = \dfrac{\cos \alpha \,.\, \cos \beta + \cos \gamma}{\sin \alpha \,.\, \sin \beta} \end{cases}$$

In diesen beiden Formen derselben Gleichung liegt die Lösung der beiden Aufgaben:

7) Gegeben ist eine Seite und die beiden anliegenden Winkel, zu suchen der dritte Winkel.

8) Gegeben alle drei Winkel, zu suchen die Seiten.

Von den 8 aufgestellten Aufgaben fällt 6) mit 3) und 7) mit 5) hinsichtlich der gegebenen Stücke zusammen.

§ 2.

Das rechtwinkelige Dreieck.

Von den Specialitäten, welche aus den vier Gleichungssystemen in §. 1 folgen, wenn entweder eine der Seiten oder einer der Winkel 90^0 enthält, stellen wir nur diejenigen her, welche $\alpha = 90^0$ entsprechen.

Bedingung: $\alpha = 90^0$. Folgerung:
1) $\sin b = \sin a \,.\, \sin \beta$
2) $\cos a = \cos b \,.\, \cos c$
3) $\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} c \,.\, \cos \beta$
4) $\operatorname{cotg} \beta = \operatorname{cotg} b \,.\, \sin c$
5) $\cos a = \operatorname{cotg} \beta \,.\, \operatorname{cotg} \gamma$

Von den drei Grössen, welche in irgend einer dieser Gleichungen enthalten sind, können je zwei als gegeben, die dritte als gesucht gelten. Es ist überflüssig die Aufgaben auszusprechen, welche damit in den 5 vorstehenden Gleichungen gelöst erscheinen.

§ 3.

Umformungen für die logarithmische Rechnung.

Unmittelbar für logarithmische Rechnungen bequem ist nur die Gleichung (1.) §. 1, welche den Sinussatz enthält. (2.)* und (4)* lassen dieselbe Umformung zu, durch welche man in der Ebene von dem Cosinussatze auf den Cotangentensatz gelangt.

Man bezeichne $\frac{a+b+c}{2} = p$ und demgemäss $\frac{-a+b+c}{2} = p - a$, $\frac{a-b+c}{2} = p - b$, $\frac{a+b-c}{2} = p - c$. Damit ergiebt sich aus (2.)*:

$$1 + \cos\alpha = \frac{2 . \sin\frac{-a+b+c}{2} . \sin\frac{a+b+c}{2}}{\sin b . \sin c} = \frac{2 . \sin p . \sin (p-a)}{\sin b . \sin c}$$

$$1 - \cos\alpha = \frac{2 . \sin\frac{a-b+c}{2} \sin\frac{a+b-c}{2}}{\sin b . \sin c} = \frac{2 . \sin(p-b) . \sin(p-c)}{\sin b . \sin c}$$

Durch Division und Multiplication dieser beiden Gleichungen erhält man:

$$(1.) \begin{cases} \operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin p . \sin(p-a)}{\sin(p-b) . \sin(p-c)}} = \sin(p-a) . \sqrt{\frac{\sin p}{\sin(p-a)\sin(p-b) . \sin(p-c)}} \\ \operatorname{cotg}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{\sin p . \sin(p-b)}{\sin(p-a) . \sin(p-c)}} = \sin(p-b) . \sqrt{\frac{\sin p}{\sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}} \\ \operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\sin p . \sin(p-c)}{\sin(p-a) . \sin(p-b)}} = \sin(p-c) . \sqrt{\frac{\sin p}{\sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}} \end{cases}$$

$$(2.) \begin{cases} \sin\alpha = \frac{2 . \sqrt{\sin p . \sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}}{\sin b . \sin c} \\ \sin\beta = \frac{2 . \sqrt{\sin p . \sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}}{\sin a . \sin c} \\ \sin\gamma = \frac{2 . \sqrt{\sin p . \sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}}{\sin a . \sin b} \end{cases}$$

Man bezeichne ferner $\alpha + \beta + \gamma = 180 + 2\,\varepsilon$, wo ε also den halben sphärischen Excess bedeutet, und demgemäss:

$$\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2} = 90^0 + \varepsilon,\ \frac{-\alpha+\beta+\gamma}{2} = 90^0 - (\alpha-\varepsilon),\ \frac{a-\beta+\gamma}{2} = 90^0 - (\beta-\varepsilon),\ \frac{\alpha+\beta-\gamma}{2} = 90^0 - (\gamma-\varepsilon)$$

Damit ergiebt sich aus §. 1 (4.)*:

$$1 + \cos a = \frac{2 . \sin(\beta - \varepsilon) . \sin(\gamma - \varepsilon)}{\sin\beta . \sin\gamma}$$

$$1 - \cos a = \frac{2 . \sin\varepsilon . \sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin\beta . \sin\gamma}$$

Durch Division und Multiplication erhält man wie oben:

$$(3.)\ \begin{cases} \operatorname{tg}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin\varepsilon . \sin(\alpha-\varepsilon)}{\sin(\beta-\varepsilon)\sin(\gamma-\varepsilon)}} = \sin(\alpha-\varepsilon) . \sqrt{\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}} \\ \operatorname{tg}\frac{b}{2} = \sqrt{\frac{\sin\varepsilon . \sin(\beta-\varepsilon)}{\sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}} = \sin(\beta-\varepsilon) . \sqrt{\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}} \\ \operatorname{tg}\frac{c}{2} = \sqrt{\frac{\sin\varepsilon . \sin(\gamma-\varepsilon)}{\sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon)}} = \sin(\gamma-\varepsilon) . \sqrt{\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}} \end{cases}$$

$$(4.)\ \begin{cases} \sin a = \frac{2 . \sqrt{\sin\varepsilon . \sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}}{\sin\beta . \sin\gamma} \\ \sin b = \frac{2 . \sqrt{\sin\varepsilon . \sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}}{\sin\alpha . \sin\gamma} \\ \sin c = \frac{2 . \sqrt{\sin\varepsilon . \sin(\alpha-\varepsilon) . \sin(\beta-\varepsilon) . \sin(\gamma-\varepsilon)}}{\sin\alpha . \sin\beta} \end{cases}$$

§ 4.

Gaussische und Neppersche Gleichungen.

Zu den Gaussischen Gleichungen gelangt man durch die bekannten Entwickelungen der ebenen Trigonometrie:

$$\cos\frac{\alpha \pm \beta}{2} = \cos\frac{\alpha}{2} . \cos\frac{\beta}{2} \mp \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2}$$

$$\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2} = \sin\frac{\alpha}{2} . \cos\frac{\beta}{2} \pm \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2}$$

Da $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$, $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$, so hat man die im vorigen § gefundenen Werthe für $1 + \cos\alpha$ und $1 - \cos\alpha$ zu benützen und in die vorstehenden Additionstheoreme einzusetzen. Die Resultate der bekannten Rechnungen sind folgende:

$$(1.)\quad \cos\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\sqrt{\frac{\sin(p-a)\,.\,\sin(p-b)}{\sin a\,.\,\sin b}}=\frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\,.\sin\frac{\gamma}{2}$$

$$(2.)\quad \cos\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\sin\frac{a+b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\sqrt{\frac{\sin(p-a)\,.\,\sin(p-b)}{\sin a\,.\,\sin b}}=\frac{\sin\frac{a+b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\,.\sin\frac{\gamma}{2}$$

$$(3.)\quad \sin\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\sqrt{\frac{\sin p\,.\,\sin(p-c)}{\sin a\,.\,\sin b}}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\,.\cos\frac{\gamma}{2}$$

$$(4.)\quad \sin\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\sqrt{\frac{\sin p\,.\,\sin(p-c)}{\sin a\,.\,\sin b}}=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{c}{2}}\,.\cos\frac{\gamma}{2}$$

Die Nepperschen Gleichungen sind durch Division aus den Gaussischen abzuleiten:

$$(5.)\quad \operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}}\,.\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}$$

$$(6.)\quad \operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{a+b}{2}}\,.\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}$$

$$(7.)\quad \operatorname{tg}\frac{a+b}{2}=\frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}\,.\operatorname{tg}\frac{c}{2}$$

$$(8.)\quad \operatorname{tg}\frac{a-b}{2}=\frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}\,.\operatorname{tg}\frac{c}{2}$$

Aus den Gaussischen Gleichungen ergeben sich leicht auch noch folgende:

$$(9.)\quad \sin^2\frac{c}{2}=\sin^2\frac{a+b}{2}\,.\sin^2\frac{\gamma}{2}+\sin^2\frac{a-b}{2}\,.\cos^2\frac{\gamma}{2}$$

$$(10.)\quad \sin^2\frac{\gamma}{2}=\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}\,.\cos^2\frac{c}{2}+\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2}\,.\sin^2\frac{c}{2}$$

Verwerthung finden die Nepperschen und die Gaussischen Gleiehungen vor allem in den beiden Aufgaben 5) und 6) § 1: Zur Bestimmung eines Dreiecks ist eine Seite gegeben und die beiden Winkel, welche derselben anliegen. Zur Bestimmung eines Dreiecks sind zwei Seiten und der von denselben eingeschlossene Winkel gegeben. Für diese Aufgaben enthalten die Gaussischen und die Nepperschen Gleichungen die logarithmisch brauchbaren Lösungen.

Beispiel. Die nördliche Breite von Konitz ist 53° 42′, die östliche Länge in Bezug auf den Meridian von Ferro 35° 14′. Die entsprechenden Angaben sind für Paris 48° 50′ 13″ und 20° 0′ 0″. Welches ist die direkte Entfernung beider Orte unter der Voraussetzung, dass die Erde eine vollkommene Kugel sei?

In dem Dreiecke Paris, Konitz, Nordpol (Δ PKN) ist $\sphericalangle\ \nu = 15^\circ\ 14'$, Seite $p = 36^\circ\ 18'$, Seite $k = 41^\circ\ 9'\ 47''$.

Aus den Nepperschen Gleichungen 5) und 6)

$$\operatorname{tg} \frac{\varkappa + \varphi}{2} = \frac{\cos \frac{k - p}{2}}{\cos \frac{k + p}{2}} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\nu}{2} \text{ ergeben sich: } \frac{\varkappa + \varphi}{2} = 84^\circ\ 2'\ 20{,}1''$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varkappa - \varphi}{2} = \frac{\sin \frac{k - p}{2}}{\sin \frac{k + p}{2}} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\nu}{2} \qquad \frac{\varkappa - \varphi}{2} = 26^\circ\ 53'\ 17{,}6''$$

$$\varkappa = 110^\circ\ 55'\ 37{,}7'', \qquad \varphi = 57^\circ\ 9'\ 2{,}5''$$

$$\operatorname{tg} \frac{n}{2} = \frac{\cos \frac{\varkappa + \varphi}{2}}{\cos \frac{\varkappa - \varphi}{2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{k + p}{2}, \qquad \frac{n}{2} = 5^\circ\ 20'\ 7{,}83''$$

Bogenentfernung Paris-Konitz $10^\circ\ 40'\ 15{,}66'' = 160$ geographische Meilen.

§ 5.

Inhaltsbestimmungen vermittelst der Winkel.

Man bezeichne (Fig. 2) das sphärische Dreieck ABC mit Δ, zeichne zu demselben die drei Nebendreiecke und bezeichne dieselben entsprechend den Seiten, welche sie mit dem Hauptdreiecke gemeinsam haben, mit Δ_a, Δ_b, Δ_c. Nun ist Δ ACE $= \Delta$ BDF, d. h. Δ BDF darf auch mit Δ_b bezeichnet werden. Nennt man die Kugeloberfläche O, so ist unmittelbar ersichtlich:

$$\Delta + \Delta_a + \Delta_b + \Delta_c = \frac{O}{2}$$

$$\frac{\Delta + \Delta_a}{O} = \frac{\alpha}{360^\circ}, \quad \frac{\Delta + \Delta_b}{O} = \frac{\beta}{360^\circ}, \quad \frac{\Delta + \Delta_c}{O} = \frac{\gamma}{360^\circ}$$

Die Addition der drei letzten Gleichungen ergiebt mit Berücksichtigung der ersten:

$$\Delta = \frac{O}{2} \cdot \frac{\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ}{360^\circ}$$

Der Ueberschuss der Winkelsumme eines sphärischen Dreiecks über 180° heisst sphärischer Excess. Derselbe ist § 3 bereits mit 2ε bezeichnet worden. Damit wird

(1.) $\quad \Delta = O \cdot \frac{\varepsilon^\circ}{360^\circ}$, Inhalt des sphärischen Dreiecks.

Ein sphärisches Polygon kann in Dreiecke zertheilt werden, indem man irgend einen Punkt innerhalb desselben mit allen Ecken durch grösste Kreisbogen verbindet. Ein solches Dreieck werde bezeichnet (Fig. 3) mit A'B'C' oder kurzweg mit Δ_1, seine Winkel mit α_1, β_1, γ_1. Das daran stossende Dreieck Δ_2 habe die Winkel

α_2, β_2, γ_2 u. s. w., so ist:

$$\varDelta_1 = \frac{O}{2} \cdot \frac{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^0}{360^0}$$

$$\varDelta_2 = \frac{O}{2} \cdot \frac{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 - 180^0}{360^0}$$

. . . .

. . . .

$$\varDelta_n = \frac{O}{2} \cdot \frac{\alpha_n + \beta_n + \gamma_n - 180^0}{360^0}$$

$$\varDelta_1 + \varDelta_2 + \ldots + \varDelta_n = \frac{O}{2.360^0} \left[(\alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \ldots + \alpha_n + \beta_n) + (\gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_n) - n.180^0\right]$$

Nun ist $\alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \ldots + \alpha_n + \beta_n$ die Summe der Winkel des Polygons. Diese werde mit ω bezeichnet. $\gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_n = 360^0$.

(2.) $\varDelta_1 + \varDelta_2 + \ldots + \varDelta_n = \frac{O}{2} \cdot \frac{\omega - (n-2)\,180^0}{360^0}$, Inhalt des sphärischen Polygons.

Dieses Resultat lässt sich verwerthen zu einem einfachen Beweise des Eulerschen Satzes hinsichtlich der Anzahl Ecken, Flächen und Kanten eines Polyeders: $E + F = K + 2$.

Um einen beliebigen Punkt innerhalb des eckigen Körpers beschreibe man eine Kugel mit einem hinlänglich grossen Radius, so dass der Körper von der Kugel vollständig eingeschlossen werde. Vom Mittelpunkte der Kugel ziehe man nach allen Ecken des Körpers die Radien bis zur Kugeloberfläche. So wird auf dieser ein Netz von Punkten bestimmt, welche sich durch grösste Kreisbogen entsprechend den Kanten des Körpers verbinden lassen. Dieses Netz besteht aus so viel Polygonen, als der Körper Flächen hatte; enthält so viel Linien, als der Körper Kanten hatte, und hat soviel Knotenpunkte, als der Körper Ecken hatte.

Die Anzahl der Polygone sei m. Das erste P_1 habe die Winkelsumme ω_1 und die Seitenzahl n_1. Das zweite P_2 habe die Winkelsumme ω_2 und die Seitenzahl n_2 u. s. w. Das m te P_m habe die Winkelsumme ω_m und die Seitenzahl n_m. Dann ist nach der gefundenen Inhaltsgleichung:

$$P_1 = \frac{O}{2} \cdot \frac{\omega_1 - (n_1 - 2)\,180^0}{360^0}$$

$$P_2 = \frac{O}{2} \cdot \frac{\omega_2 - (n_2 - 2)\,180^0}{360^0}$$

. . . .

. . . .

$$P_m = \frac{O}{2} \cdot \frac{\omega_m - (n_m - 2)\,180^0}{360^0}$$

(3.) $P_1 + P_2 + \ldots + P_m = \frac{O}{2} \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_m - (n_1 + n_2 + \ldots n_m)\,180^0 + m.360^0}{360^0}$

Nun ist die Summe aller Polygone gleich der Kugeloberfläche:

$$P_1 + P_2 + \ldots + P_m = O$$

Bezeichnet man mit E die Anzahl der Ecken des Polyeders, also der Knotenpunkte des sphärischen Netzes, so ist E . 360° die Summe aller Polygonwinkel, da um jeden Knotenpunkt die Winkelsumme 360° beträgt. Es ist somit

$$\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_m = E.360^0$$

Jede Polygonseite ist zwei Polygonen gemeinsam. Bezeichnet man also mit K die Anzahl der Kanten des Polyeders, d. h. auch die Anzahl der Polygonseiten des Netzes, so hat man

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_m = 2K$$

Die Anzahl der Flächen des Polyeders wird mit F bezeichnet; die Anzahl der Polygone des Netzes ist mit m bezeichnet worden: also ist m durch F zu ersetzen. Durch diese Substitutionen gestaltet sich Gl. (3.) so um, dass sie unmittelbar in der Form des Eulerschen Satzes $E + F = K + 2$ erscheint.

§ 6.

Inhaltsbestimmungen vermittelst der Seiten.

Nach § 5 hängt die Bestimmung des Inhalts eines sphärischen Dreiecks ab von der Bestimmung seines sphärischen Excesses. In dem Folgenden wird gezeigt werden, dass der sphärische Excess sich direct durch solche Stücke ausdrücken lässt, durch welche das Dreieck überhaupt bestimmt wird, dass man also zur Bestimmung des Excesses nicht zuvörderst die Winkel des Dreiecks zu berechnen braucht. Die jetzt aufzustellenden Gleichungen sind so ersichtliche Analogieen zu den Inhaltsformeln des ebenen Dreiecks, dass jede weitere Bemerkung darüber überflüssig ist.

I. Man gehe aus von dem bei A rechtwinkeligen Dreiecke.

$$2\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 180^0$$

Bedingung: $\alpha = 90^0$

$$2\varepsilon = \beta + \gamma - 90^0$$

$$\sin 2\varepsilon = -\cos(\beta + \gamma) = -\cos\beta . \cos\gamma + \sin\beta . \sin\gamma$$

Nach § 2 ist $\sin\beta = \frac{\sin b}{\sin a}$, $\sin\gamma = \frac{\sin c}{\sin a}$, $\quad \sin\beta . \sin\gamma = \frac{\sin b . \sin c}{\sin^2 a}$

$$\frac{\cos\beta . \cos\gamma}{\sin\beta . \sin\gamma} = \cos a, \qquad \cos\beta . \cos\gamma = \frac{\sin b . \sin c . \cos a}{\sin^2 a}$$

$$(1.)\ \sin 2\varepsilon = \frac{\sin b . \sin c\,(1 - \cos a)}{\sin^2 a} = \frac{\sin b . \sin c(1 - \cos a)}{1 - \cos^2 a} = \frac{\sin b . \sin c}{1 + \cos b . \cos c}$$

$$(2.)\ \cos 2\varepsilon = \frac{\cos b + \cos c}{1 + \cos b . \cos c}$$

(3.) $\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \frac{b}{2} . \operatorname{tg} \frac{c}{2}$, sphärischer Excess des rechtwinkeligen Dreiecks ausgedrückt durch die beiden Katheten.

Aus (2.) folgen leicht auch noch die beiden Gleichungen

$$(4.)\quad \sin\varepsilon = \frac{\sin\frac{b}{2} . \sin\frac{c}{2}}{\cos\frac{a}{2}}, \qquad (5.)\quad \cos\varepsilon = \frac{\cos\frac{b}{2} . \cos\frac{c}{2}}{\cos\frac{a}{2}}$$

II. Das schiefwinkelige Dreieck.

Dasselbe ist durch die Höhe als Summe oder Differenz zweier rechtwinkeligen Dreiecke darzustellen. Gleiches gilt für seinen Excess. Für beide Fälle ist die Methode der Rechnung unverändert dieselbe. Es bezeichne $2\varepsilon'$ den sphärischen Excess des rechtwinkeligen Dreiecks DBC (Fig. 4.), $2\varepsilon''$ denjenigen des Dreiecks DAC und 2ε den sphärischen Excess des Dreiecks ABC.

Nach Gl. (3.) § 6 ist: $\operatorname{tg}\varepsilon' = \operatorname{tg}\frac{h}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{x}{2}$

$$\operatorname{tg}\varepsilon'' = \operatorname{tg}\frac{h}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{c-x}{2}$$

Durch Addition: $\dfrac{\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon' . \cos\varepsilon''} = \dfrac{\operatorname{tg}\frac{h}{2} . \sin\frac{c}{2}}{\cos\frac{x}{2} . \cos\frac{c-x}{2}}$

Nach (4.) und (5.): $\cos\varepsilon' = \dfrac{\cos\frac{h}{2} . \cos\frac{x}{2}}{\cos\frac{a}{2}}$, $\sin\varepsilon' = \dfrac{\sin\frac{h}{2} . \sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{a}{2}}$

$$\cos\varepsilon'' = \frac{\cos\frac{h}{2} . \cos\frac{c-x}{2}}{\cos\frac{b}{2}}, \quad \sin\varepsilon'' = \frac{\sin\frac{h}{2} . \sin\frac{c-x}{2}}{\cos\frac{b}{2}}$$

$$\cos\varepsilon' . \cos\varepsilon'' = \frac{\cos^2\frac{h}{2} . \cos\frac{x}{2} . \cos\frac{c-x}{2}}{\cos\frac{a}{2} . \cos\frac{b}{2}}$$

(6.) $$\sin\varepsilon = \frac{\sin h . \sin c}{4 . \cos\frac{a}{2} . \cos\frac{b}{2} . \cos\frac{c}{2}}$$

Nach § 2 ist $\sin h = \sin a . \sin\beta$

und nach § 3 (2.) $\sin\beta = \dfrac{2\sqrt{\sin p . \sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}}{\sin a . \sin c}$

(7.) $$\sin\varepsilon = \frac{\sqrt{\sin p . \sin(p-a) . \sin(p-b) . \sin(p-c)}}{2 . \cos\frac{a}{2} . \cos\frac{b}{2} . \cos\frac{c}{2}}$$

Aus Fig. 4 ergiebt sich mit Hülfe von § 2

$$\cos x = \frac{\cos a}{\cos h}, \quad \cos(c-x) = \frac{\cos b}{\cos h}$$

Die Elimination von x bietet für h folgende Gleichung:

$$\cos^2 h = \frac{\cos^2 a + \cos^2 b - 2\cos a . \cos b . \cos c}{\sin^2 c}$$

Damit sind auch die Segmente x und c — x durch die drei Seiten ausgedrückt.

$$\cos x = \frac{\cos a}{\cos h}, \quad \sin x = \frac{\cos b - \cos a \cdot \cos c}{\cos h \cdot \sin c}$$

$$\cos(\varepsilon' + \varepsilon'') = \cos \varepsilon' \cdot \cos \varepsilon'' - \sin \varepsilon' \cdot \sin \varepsilon''$$

$$= \frac{\cos^2 \frac{h}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{c-x}{2} - \sin^2 \frac{h}{2} \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{c-x}{2}}{\cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2}}$$

$$= \frac{(1 + \cos h) \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{c-x}{2} - (1 - \cos h) \sin \frac{x}{2} \sin \frac{c-x}{2}}{2 \cdot \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2}}$$

$$\cos(\varepsilon' + \varepsilon'') = \frac{\cos \frac{c}{2} + \cos h \cos\left(\frac{c}{2} - x\right)}{2 \cdot \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2}} = \frac{\cos \frac{c}{2} + \cos \frac{c}{2} \cos h \cos x + \sin \frac{c}{2} \cos h \sin x}{2 \cdot \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2}}$$

(8.) $$\cos \varepsilon = \frac{1 + \cos a + \cos b + \cos c}{4 \cdot \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2} \cdot \cos \frac{c}{2}}$$

(9.) $$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sin h \cdot \sin c}{1 + \cos a + \cos b + \cos c} = \frac{2 \sqrt{\sin p \cdot \sin(p-a) \cdot \sin(p-b) \cdot \sin c}}{1 + \cos a + \cos b + \cos c}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\sin \varepsilon}{1 + \cos \varepsilon} = \frac{\sin h \cdot \sin c}{1 + \cos a + \cos b + \cos c + 4 \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2} \cdot \cos \frac{c}{2}}$$

Durch Einführung der halben Winkel lässt sich der Ausdruck

$$1 + \cos a + \cos b + \cos c + 4 \cos \cos \frac{a}{2} \cdot \cos \frac{b}{2} \cdot \cos \frac{c}{2}$$

auf die logarithmisch brauchbare Form bringen:

$$8 \cos \frac{p}{2} \cdot \cos \frac{p-a}{2} \cdot \cos \frac{p-b}{2} \cdot \cos \frac{p-c}{2}$$

(10.) $$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{p}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{p-a}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{p-b}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{p-c}{2}}$$

§ 7.

Eingeschriebener Kreis.

Die Construction des inneren Berührungskreises geschieht wie in der Ebene durch Halbirung der Winkel. Die nach den Berührungspunkten hingezogenen Radien ϱ (Fig. 5) bestimmen auf den Seiten des Dreiecks ABC 6 Segmente, von denen immer je zwei an derselben Ecke liegende einander gleich sind:

$$AE = AF = \frac{-a + b + c}{2}, \quad BD = BF = \frac{a - b + c}{2}, \quad CD = CE = \frac{a + b - c}{2}$$

Nach § 2 4) und § 3 (1.) ist

$$(1.)\quad \begin{cases} \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{cotg} \varrho \,.\, \sin (p - a) \\ \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} = \operatorname{cotg} \varrho \,.\, \sin (p - b) \\ \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{cotg} \varrho \,.\, \sin (p - c) \end{cases}$$

$$(2.)\quad \operatorname{cotg} \varrho = \frac{\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}}{\sin (p-a)} = \frac{\operatorname{cotg} \frac{\beta}{2}}{\sin (p-b)} = \frac{\operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}}{\sin (p-c)} = \sqrt{\frac{\sin p}{\sin (p-a) \,.\, \sin (p-b) \,.\, \sin (p-c)}}$$

Aus den beiden ersten Gleichungen des Systems (1.) ergeben sich die vierte und die dritte der Nepperschen Gleichungen durch Division, resp. Multiplication.

$$\frac{\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{cotg} \frac{\beta}{2}} = \frac{\sin (p - a)}{\sin (p - b)}$$

$$\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \,.\, \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} = \operatorname{cotg}^2 \varrho \,.\, \sin (p - a) \,.\, \sin (p - b) = \frac{\sin p}{\sin (p - c)}$$

Die erste dieser Gleichungen ist nach bekannten Proportionsregeln umzugestalten in:

$$\frac{\operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} - \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin (p - b) + \sin (p - a)}{\sin (p - b) - \sin (p - a)}$$

$$\frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{c}{2}}{\operatorname{tg} \frac{a - b}{2}}$$

Die zweite verlangt eine ähnliche Rechnung:

$$\frac{\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \,.\, \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} + 1}{\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \,.\, \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} - 1} = \frac{\sin p + \sin (p - c)}{\sin p - \sin (p - c)}$$

$$\frac{\cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{a + b}{2}}{\operatorname{tg} \frac{c}{2}}$$

Es muss dem Leser üderlassen bleiben auch die beiden anderen Nepperschen Gleichungen mit den Hülfsmitteln dieses § abzuleiten.

Die Betrachtung des eingeschriebenen Kreises führt auch zu den Gaussischen Gleichungen. An dem Mittelpunkte desselben entstehen durch die nach den Ecken gezogenen Transversalen und die Radien nach den Berührungspunkten hin 6 Winkel, welche sich zu drei Paaren ordnen. Die drei verschiedenen Winkel mögen u, v, w heissen. $u + v + w = 180^0$, $\sin u = \sin (v + w)$.

Aus Δ AMB ist $$\frac{\sin\varrho}{\sin MA} = \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\sin MA}{\sin c} = \frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\sin(v+w)} = \frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\sin u}$$

Durch Elimination von MA: $$\frac{\sin\varrho}{\sin c} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\,.\,\sin\frac{\beta}{2}}{\sin u}$$

Aus Δ CMD: $$\frac{\sin(p-c)}{\sin\varrho} = \frac{\sin u}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

Durch Multiplication gehen ϱ und u fort und es bleibt:

(3.) $$\frac{\sin(p-c)}{\sin c} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\,.\,\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

Diese Relation lässt sich auf das Nebendreieck anwenden, welches die Seiten $180^0 - a$, $180^0 - b$, c und die Winkel $180^0 - \alpha$, $180^0 - \beta$, γ hat:

(4.) $$\frac{\sin p}{\sin c} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\,.\,\cos\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

Durch Addition, resp. Subtraktion von (3.) und (4.) erhält man zwei der Gaussischen Gleichungen, nämlich:

$$\frac{\sin\frac{a+b}{2}}{\sin\frac{c}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}, \qquad \frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

Die Ableitung der beiden fehlenden ist in ähnlicher Weise zu erreichen.

§ 8.

Umschriebener Kreis.

Man bezeichne in dem Dreieck ABC (Fig. 6) die durch die Radien des umschriebenen Kreises entstandenen drei verschiedenen Winkel an a, b, c mit ζ, η, ϑ.

$$\zeta = \frac{-\alpha+\beta+\gamma}{2}, \quad \eta = \frac{\alpha-\beta+\gamma}{2}, \quad \vartheta = \frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}$$

Mit Beziehung auf § 2. 3) und die kürzere Bezeichnung $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2} = 90^0 + \varepsilon$ erhält man die Relationen:

(1.) $$\operatorname{cotg} r = \operatorname{cotg}\frac{a}{2}\,.\,\sin(\alpha-\varepsilon) = \operatorname{cotg}\frac{b}{2}\,.\,\sin(\beta-\varepsilon) = \operatorname{cotg}\frac{c}{2}\,.\,\sin(\gamma-\varepsilon)$$

(2.) $$\operatorname{cotg} r = \sqrt{\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\alpha-\varepsilon)\,.\,\sin(\beta-\varepsilon)\,.\,\sin(\gamma-\varepsilon)}}$$

Wenn der Punkt C (Fig. 6) auf der Peripherie des durch ABC gelegten Kreises fortrückt, so bleibt der Theil ABM des Dreiecks ABC ungeändert oder, was dasselbe ist, $\vartheta = \frac{\alpha + \beta - \gamma}{2}$ bleibt constant. In dem Nebendreieck A'B'C' ist $\alpha' = 180^0 - \alpha$, $\beta' = 180 - \beta$, $\gamma' = \gamma$; mithin $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^0 - (\alpha + \beta - \gamma) = 360^0 - 2\vartheta$.

Rückt also der Punkt C auf dem um ABC gelegten Kreise fort, so bleibt dabei die Winkelsumme und damit auch der Inhalt jenes Nebendreiecks constant. Die Grundlinie A'B' des Nebendreiecks bleibt bei dem angegebenen Fortrücken des Punktes C festliegen. Die Uebereinstimmung in dem Inhalte der Dreiecke A'B'C A'B'C', A'B'C'' u. s. w. giebt uns den

Satz: Der Ort für die Spitzen aller Dreiecke, welche dieselbe Grundlinie AB (Fig. 7) und denselben Inhalt haben, ist der um das Nebendreieck DCE gelegte Kreis.

Aufgabe: Ein sphärisches Dreieck zu verwandeln in ein anderes, welches mit dem gegebenen die Grundlinie gemein, dagegen eine Höhe von bestimmter Grösse habe.

Auflösung. Die gegebene Höhe bestimmt einen zu der Grundlinie parallelen Kreis. Dieser schneidet den um das an der Spitze entstehende Nebendreieck gelegten Kreis in zwei Punkten. Jeder derselben kann als Spitze des gesuchten Dreiecks genommen werden.

Satz: Ist (Fig. 6) $\vartheta = 0$, d. h. geht die Grundlinie des Dreiecks durch den Mittelpunkt des umschriebenen Kreises, so ist $\alpha + \beta = \gamma$, d. h. die Summe der Winkel an der Grundlinie gleich dem Winkel an der Spitze, wie in dem rechtwinkeligen ebenen Dreieck.

§ 9.

Sehnen, Secanten, Tangenten.

Satz. Sehnen (oder Secanten) eines kleineren Kugelkreises, welche durch denselben Punkt gehen, werden durch diesen in Abschnitte von folgender Beschaffenheit getheilt: Das Product aus den Tangenten der halben Abschnitte einer Sehne (Secante) ist gleich dem Producte aus den Tangenten der halben Abschnitte der anderen. (Fig 8).

(1.) $$\begin{cases} \text{Ebene:} & PA \,.\, PB = PA' \,.\, PB' \\ \text{Sphäre:} & \operatorname{tg} \frac{PA}{2} \,.\, \operatorname{tg} \frac{PB}{2} = \operatorname{tg} \frac{PA'}{2} \,.\, \operatorname{tg} \frac{PB'}{2} \end{cases}$$

Folgerung: Sind die Abschnitte der einen Sehne einander gleich, so ist die Tangente des Viertels dieser Sehne mittlere Proportionale zwischen den Tangenten der halben Abschnitte der anderen.

(2.) $$\begin{cases} \text{Ebene:} & PA^2 = PA' \,.\, PB' \\ \text{Sphäre:} & \operatorname{tg}^2 \frac{PA}{2} = \operatorname{tg} \frac{PA'}{2} \,.\, \operatorname{tg} \frac{PB'}{2} \end{cases}$$

Dem entspricht bei den Secanten der Fall, in welchem PA Tangente an den kleinen Kugelkreis ist. Die Form des Satzes bleibt hiefür unverändert dieselbe.

Den vorstehenden Sätzen schliessen sich noch folgende an über das bei C rechtwinkelige Dreieck, (Fig 9.):

(3.) { Ebene: $h^2 = p \cdot q$, $a^2 = c \cdot p$
{ Sphäre: $\sin^2 h = tg\, p \cdot tg\, q$, $tg^2\, a = tg\, c \cdot tg\, p$

Satz. In jedem Sehnenviereck ist die Summe je zweier gegenüberliegender Winkel dieselbe.

Die Beweise der hier ausgesprochenen Sätze sind so einfach, dass sie keiner Andeutung bedürfen. Unter Sehnen, Secanten, Tangenten sind Theile grösster Kugelkreise zu verstehen.

§ 10.

Transversalen.

Satz 1. Eine grade Linie, welche die drei Seiten eines ebenen Dreiecks schneidet, bestimmt zwei Gruppen von je drei nicht aufeinanderfolgenden Abschnitten, deren Producte gleich sind.

In der sphärischen Trigonometrie bleibt dieser Satz insoweit ungeändert, als nur statt der Abschnitte selbst ihre Sinus eintreten. Die schneidende Linie ist hier ein grösster Kreis.

Der Beweis hiefür gestaltet sich wie in der Ebene als eine einfache Anwendung des Sinussatzes.

Fig. 10. { Ebene: $AF \cdot BD \cdot CE = AE \cdot BF \cdot CD$
{ Sphäre: $\sin AF \cdot \sin BD \cdot \sin CE = \sin AE \cdot \sin BF \cdot \sin CD$

Folgerung: Sind D und E Halbirungspunkte der Seiten, so sind die Punkte FG, in denen der durch DE gelegte grösste Kreis die Grundlinie AB schneidet, von den Endpunkten A und B gleich weit entfernt.

Satz 2. Die Transversalen von irgend einem Punkte in der Ebene des Dreieckes nach den Ecken hin gezogen bestimmen auf den Seiten zwei Gruppen von je drei nicht aufeinanderfolgenden Abschnitten, deren Produkte gleich sind.

Für das sphärische Dreieck sind wieder nur statt der Abschnitte selbst ihre Sinus zu nehmen.

Fig. 11. { Ebene: $AF \cdot BD \cdot CE = AE \cdot BF \cdot CD$
{ Sphäre: $\sin AF \cdot \sin BD \cdot \sin CE = \sin AE \cdot \sin . BF \cdot \sin CD$

Satz 3. (Umkehrung von 1. und 2.) Nimmt man auf den Seiten eines Dreiecks BC, CA, AB drei Punkte D, E, F an von der Beschaffenheit, dass die Producte der nicht aufeinanderfolgenden Abschnitte gleich sind, so liegen D, E, F entweder in einer graden Linie, nämlich dann, wenn eine grade Anzahl derselben (2) auf den Seiten selbst (nicht auf den Verlängerungen) liegt; oder die Strahlen AD, BE, CF schneiden sich in einem Punkte, nämlich dann, wenn eine ungrade Zahl jener drei Punkte (1 oder 3) auf den Seiten selbst liegt. Dieser Satz gilt auch für das sphärische Dreieck bis auf die Modification, dass an Stelle der Abschnitte wieder wie bisher ihre Sinus treten

Satz 4. Gehört eine ungrade Anzahl der Theilungspunkte D, E, F den Seiten selbst an (nicht ihren Verlängerungen), so schneidet die Verbindungslinie zweier

(D, E) die dritte Seite in einem Punkte (G), welcher zu ihren Endpunkten (A und B) und dem auf derselben liegenden Theilungspunkte (F) der vierte harmonische Punkt ist.

$$\begin{cases} \text{Ebene: } AF : BF = AG : BG \\ \text{Sphäre: } \sin AF : \sin BF = \sin AG : BG \end{cases}$$

Satz 5. Wenn man von einem Punkte P in der Ebene eines Dreiecks auf die Seiten desselben Lothe fällt, so besteht zwischen den 6 Abschnitten der Seiten die Beziehung, dass die Summe der Quadrate von je drei nicht aufeinanderfolgenden dieselbe ist.

$$\text{Ebene: } AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + BF^2 + CD^2$$

$$\text{Sphäre: } \cos AF . \cos BD . \cos CE = \cos AE . \cos BF . \cos CD$$

Auch dieser Satz lässt sich umkehren.

Satz 6. Die drei Höhen eines sphärischen Dreiecks schneiden sich in demselben Punkte.

Es wird sich zeigen lassen, dass für die von den Höhen gebildeten Abschnitte beide Relationen bestehen:

$$\sin AF . \sin BD . \sin CE = \sin AE . \sin BF . \sin CD$$

$$\cos AF . \cos BD . \cos CE = \cos AE . \cos BF . \cos CD$$

und darum auch

$$\operatorname{tg} AF . \operatorname{tg} BD . \operatorname{tg} CE = \operatorname{tg} AE . \operatorname{tg} BF . \operatorname{tg} CD$$

§ 11.

Pythagoreischer Lehrsatz.

Der Inhalt eines ebenen Dreiecks $J = \frac{b . c . \sin \alpha}{2}$ wird bei festen Seiten b, c und dem variablen Winkel α ein Maximum, wenn $\alpha = 90^0$. Unter welchem Winkel müssen zwei gegebene Seiten b und c zu einem sphärischen Dreiecke zusammengestellt werden, damit der Inhalt desselben ein Maximum werde?

Zum Maximum werden soll $\alpha + \beta + \gamma$. Diese Summe bezeichne man mit x. Die drei Grössen α, β, γ, von denen x eine Funktion ist, sind nicht unabhängig von einander, sondern es bestehen zwischen ihnen die Gleichungen:

$$0 = \frac{\cos \beta + \cos \alpha . \cos \gamma}{\sin \alpha . \sin \gamma} - \cos b$$

$$0 = \frac{\cos \gamma + \cos \alpha . \cos \beta}{\sin \alpha . \sin \beta} - \cos c$$

Die erstere dieser Relationen zwischen α, β, γ bezeichne man mit y, die zweite mit z. Dann hat man nach einer bekannten Regel die partiellen Differentialquotienten der Funktion $x + \lambda y + \mu z$ nach α, β, γ zu nehmen und gleich Null zu setzen, um die Beziehung zwischen α, β, γ für den Fall des gesuchten Maximums zu finden.

(1.) $$\frac{d\,(x + \lambda y + \mu z)}{d\alpha} = 1 + \lambda . \frac{dy}{d\alpha} + \mu . \frac{dz}{d\alpha} = 0$$

(2.) $$\frac{d\,(x + \lambda y + \mu z)}{d\beta} = 1 + \lambda . \frac{dy}{d\beta} + \mu . \frac{dz}{d\beta} = 0$$

(3.) $$\frac{d\,(x + \lambda y + \mu z)}{d\gamma} = 1 + \lambda . \frac{dy}{d\gamma} + \mu . \frac{dz}{d\gamma} = 0$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dy}{d\alpha} &= -\frac{\cos\beta + \cos\alpha\cos\gamma}{\sin^2\alpha\sin\beta} = -\frac{\sin\beta\,.\cos c}{\sin\alpha\,.\sin\gamma} \\ \frac{dz}{d\alpha} &= -\frac{\cos\beta + \cos\alpha\cos\gamma}{\sin^2\alpha\sin\beta} = -\frac{\sin\gamma\,.\cos b}{\sin\alpha\,.\sin\beta} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dy}{d\beta} &= -\frac{\sin\beta}{\sin\alpha\,.\sin\gamma} \\ \frac{dz}{d\beta} &= -\frac{\cos\alpha + \cos\beta\cos\gamma}{\sin\alpha\,.\sin^2\beta} = -\frac{\sin\gamma\,.\cos a}{\sin\alpha\,.\sin\beta} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dy}{d\gamma} &= -\frac{\cos\alpha + \cos\beta\cos\gamma}{\sin\alpha\sin^2\gamma} = -\frac{\sin\beta\,.\cos a}{\sin\alpha\,.\sin\gamma} \\ \frac{dz}{d\gamma} &= -\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha\,.\sin\beta} \end{aligned}\right.$$

Die Einsetzung dieser Werthe in (1.), (2.), (3.) ergiebt:

$$(4.)\quad \left\{\begin{aligned} &1 - \left(\frac{\lambda\,.\sin\beta}{\sin.\alpha\sin\gamma}\right).\cos c - \left(\frac{\mu\,.\sin\gamma}{\sin\alpha\,.\sin\beta}\right).\cos b = 0 \\ &1 - \left(\frac{\lambda\,.\sin\beta}{\sin\alpha\,.\sin\gamma}\right) \qquad\quad - \left(\frac{\mu\,.\sin\gamma}{\sin\alpha\,.\sin\beta}\right).\cos a = 0 \\ &1 - \left(\frac{\lambda\,.\sin\beta}{\sin\alpha\,.\sin\gamma}\right).\cos a - \left(\frac{\mu\,.\sin\gamma}{\sin\alpha\,.\sin\beta}\right) \qquad\quad = 0 \end{aligned}\right.$$

Daraus folgt:

$$\begin{vmatrix} 1, & \cos c, & \cos b \\ 1, & 1\;, & \cos a \\ 1, & \cos a, & 1 \end{vmatrix} = 0$$

d.h. (5.) $1 - \cos^2 a = \cos b - \cos a \cos b + \cos c - \cos a \cos c$,

oder (6.) $1 + \cos a = \cos b + \cos c$

Diese Gleichung ist leicht noch in folgende Form zu bringen:

$$(7.)\qquad \sin^2\frac{a}{2} = \sin^2\frac{b}{2} + \sin^2\frac{c}{2}$$

Mit Berücksichtigung von § 1 (2.) lässt sich Gl. (5.) auch folgendermassen schreiben:

$$\sin^2 a = \sin a\,.\sin c\,.\cos\beta + \sin a\,.\sin b\cos\gamma, \quad \text{oder}$$

$$\sin a = \sin c\,.\cos\beta + \sin b\cos\gamma$$

$$1 = \frac{\sin c}{\sin a}.\cos\beta + \frac{\sin b}{\sin a}.\cos\gamma = \frac{\sin\gamma\,.\cos\beta + \cos\gamma\,.\sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$(8.)\qquad \sin\alpha = \sin(\beta + \gamma)$$

Hieraus ist nur der Schluss $\alpha = \beta + \gamma$ zu ziehen, da die Möglichkeit $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ bei dem sphärischen Dreiecke ausgeschlossen ist.

Nach § 8 ist die Bedingung $\alpha = \beta + \gamma$ dann erfüllt, wenn der Mittelpunkt des umschriebenen Kreises auf die Seite a fällt. Dem entsprechend sind also die gegebenen Seiten b und c zusammenzustellen, wenn der Inhalt des Dreiecks ein

Maximum sein soll. Der Winkel, unter welchem dies geschieht, ist bequem mit Hülfe der Nepperschen Gleichung:

§ 4. (5.) $$\operatorname{tg}\frac{\gamma+\beta}{2} = \frac{\cos\frac{c-b}{2}}{\cos\frac{c+b}{2}} \cdot \operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2}$$ zu erhalten.

Für den Fall, dass $\alpha = \beta + \gamma$ ist, verwandelt sich dieselbe leicht in:

(9.) $$\cos\alpha = -\operatorname{tg}\frac{b}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{c}{2}.$$

Dr. Praetorius.

Schulnachrichten.

Durchgenommene Lehrpensa.*)

Ober-Prima.

Ordinarius: Der Director.

Religionslehre, a) katholische (2 St.): Gnade und Gnadenmittel. Die letzten Dinge. Besondere Sittenlehre. Wiederholung der Kirchengeschichte. Ausgewählte Stücke des Matthäus-Evangeliums wurden im Grundtexte gelesen und erklärt. R.-L. Lic. Luedtke. — b) evangelische (2 St.): Der Römer- und der Galaterbrief wurde im Grundtexte gelesen und erklärt. Glaubenslehre. Conf. Aug. G.-L. Boehmer.

Deutsch (2 St.): Literaturgeschichte von Opitz bis auf die neuere Zeit. Uebungen im Vortrage. Uebungen im Disponiren. Aufsätze. Prof. Dr. Stein.

Philosophische Propädeutik (1 St.): Aus der Logik: Begriff, Urtheil und Schluss. Der Director.

Polnisch (2 St.). Neuere Literatur seit Brodziński und daran anschliessend Lesestücke aus Cegielski's Nauka poezyi. Aufsätze. G.-L. Paszotta.

Latein (8 St.): Cicero's Rede pro Sestio. Plinius Briefe. Exercitien, Extemporalien, Aufsätze (3, später 4 St.). O.-L. Dr. Meinertz. — Horaz Oden III, IV und auserlesene Epoden, Satiren und Episteln nebst Uebungen im Lateinsprechen (2 St.). Der Director. — Cicero's Tusculanen I, V und Tacitus Germania (3, später 2 St. verbunden mit Unter-Prima). Der Director.

Griechisch (6 St.): Plato's Protagoras. Ausgewählte Partien aus Thucydides I und II. Isokrates Panegyricus. Sophocles Antigone. Wiederholungen aus der Grammatik, häusliche und Classenarbeiten (4 St.). Prof. Dr. Stein. — Homer's Ilias zweite Hälfte, abwechselnd statarisch und cursorisch (2 St., verbunden mit Unter-Prima). Prof. Dr. Moiszisstzig.

Französisch (2 St.): Paganel, Hist. de Frédéric le Grand (Göbel'sche Samml. 27). Corneille, le Cid (Göb. 21). Conjunctiv, Infinitiv, Participien und Inversion nebst Uebungsbeispielen. Schriftliche Arbeiten. O.-L. Dr. Meinertz.

Hebräisch (2 St.): Wiederholung der regelmässigen Formenlehre. Unregelmässige Formen. Die wichtigsten Regeln der Syntax. I Sam. c. 16—18. I Reg. c. 17—19. Ausgewählte Psalmen. Schriftliche Uebungen. R.-L. Lic. Luedtke.

Geschichte und Geographie (3 St.): Neuere Geschichte bis auf die Gegenwart. Wiederholung der Hauptdaten der alten und mittleren Geschichte. — Geographie von Deutschland und dem continentalen Europa. Prof. Dr. Stein.

*) Die benutzten Handbücher und die Themata und Fristen für die schriftlichen Arbeiten sind weiter unten besonders zusammengestellt.

Mathematik (4 St.): Stereometrie. Wiederholung und Abschluss der Planimetrie. Wiederholung der Trigonometrie. Symmetrische Gleichungen. Kettenbrüche. Diophantische Gleichungen. Binomischer Lehrsatz. Wiederholung der übrigen Theile der Arithmetik. Schriftliche Arbeiten. O.-L. Dr. Praetorius.

Physik (2 St.): Mechanik. Wiederholung und Ergänzung der wichtigeren früher durchgenommenen Erscheinungen. O.-L. Dr. Praetorius.

Unter-Prima.

Ordinarius: Der Director.

Religionslehre, philosophische Propädeutik, Polnisch, Hebräisch, Geschichte, Geographie und **Physik** verbunden mit Ober-Prima.

Deutsch (2 St.): Literaturgeschichte der älteren Zeit. Uebungen im Vortrage. Uebungen im Disponiren. Aufsätze. O.-L. Dr. Koenigsbeck.

Latein (8 St.): Cicero de Officiis. Privatim Sallust. B. Catil. und Jugurth. Exercitien, Extemporalien und Aufsätze (3, später 4 St.). Prof. Dr. Moiszisstzig. — Horaz Oden I, II nebst Uebungen im Lateinsprechen (2 St.). Der Director. — Cic. Tusc. und Tac. Germania (3, später 2 St., verbunden mit Ober-Prima). Der Director.

Griechisch (6 St.): Plato's Apologie und Criton. Lykurg's Rede gegen Leocrates. Xenoph. Memorab. I. Wiederholung der Formenlehre und der Syntax bis zum Infinitiv. Rest der Syntax vom Infinitiv an. Schriftliche Arbeiten (4 St.). O.-L. Dr. Koenigsbeck. — Homer's Ilias, zweite Hälfte (2 St., verbunden mit Ober-Prima). Prof. Dr. Moiszisstzig.

Mathematik (4 St.): Trigonometrie. Ergänzung und Erweiterung der Planimetrie. Wiederholung der früheren Pensa aus der Arithmetik. O.-L. Dr. Praetorius.

Ober-Secunda.

Ordinarius: Professor Dr. Moiszisstzig.

Religionslehre, a) katholische (2 St.): Die christliche Offenbarung. Göttlichkeit der katholischen Kirche. Kirchengeschichte bis Gregor VII. R.-L. Lic. Luedtke. — b) evangelische (2 St.): Bibelkunde des N. T. Evang. Matth. im Grundtexte. G.-L. Boehmer.

Deutsch (2 St.): Lesen, Vortragen, Metrik, Aufsätze. G.-L. Gand.

Polnisch verbunden mit Prima und Unter-Secunda.

Latein (10 St.): Livius XXV, XXVI statarisch, I, II cursorisch. Virgil Aen. VI, VII, VIII nebst metrischen Uebungen. Privatim Cicero ad Famil. l. I—VI. Uebersetzung aus dem Deutschen ins Lat. Schriftliche Arbeiten. Der Ordinarius.

Griechisch (6 St.): Wiederholung der Casuslehre. Präpositionen. Syntax des Verbums bis zum Infinitiv Herodot VI, IX. Schriftl. Arb. (4 St.). Der Ordinarius. — Homer's Odyssee, zweite Hälfte, abwechselnd statarisch und cursorisch (2 St.). Der Director.

Französisch (2 St.): Montesquieu's Considérations (Goeb. 28). Syntax der Adjective, Fürwörter und Zeitwörter bis zum Infinitiv nebst Uebersetzung ins Französische. Schriftl. Arbeiten. Der Director.

Hebräisch (2 St.): Regelmässige Formenlehre. Die leichteren unregelmässigen Verba. Vocabellernen und schriftliche Uebungen. Genesis c. 1 ff. R.-L. Lic. Luedtke.

Geschichte und Geographie (3 St.): Römische Geschichte bis 476 n. Chr. Wiederholung der Hauptdaten der griechischen, der mittleren und der neueren Geschichte. — Geographie von Europa. Prof. Dr. Stein.

Mathematik (4 St.): Logarithmen. Geometrische und arithmetische Reihen. Zinszins- und Rentenrechnung. Aehnlichkeitslehre. Schriftliche Arbeiten. O.-L. Dr. Praetorius.

Physik (1 St.): Magnetismus und Electricität. O.-L. Dr. Praetorius.

Unter-Secunda.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Meinertz.

Religionslehre, Polnisch und **Hebräisch** verbunden mit Oher-Secunda.

Deutsch (2 St.): Tropen und Figuren. Dispositionsübungen. Lesen und Vortragen. Aufsätze. G.-L. Bock.

Latein (10 St.): Cicero Or. I. in Catil., pro Archia poëta, de Senect., de Amic. Wiederholung der Syntax des Verbums. Uebersetzen ins Lateinische. Schriftliche Arbeiten (6 St.) Der Ordinarius. — Sallust. B. Catil. und B. Ingurth., Virgil Aen. I., II. nebst metrischen Uebungen (4 St.) vor Pfingsten der Ordinarius, dann Cand. Dr. Dolega.

Griechisch (6 St.): Xenoph. Anab. III, c. 3 bis VI c. 6. Ausgewählte Kapitel aus Xen. Hellen. V und VI. Wiederholung der unregelmässigen Verba. Syntax der Casus, Artikel und Pronomina (4 St.). Vor Pfingsten G.-L. Dr. Romahn, dann der Ordinarius. — Homer's Odysee I—VII, XI, XII (2 St.). G.-L. Bock.

Französisch (2 St.): Michaud, Hist. de la IIIme croisade. (Göb. 19). Die 2 ersten Kapitel der Syntax nach Knebel nebst Uebersetzung entsprechender Stücke ins Französische. Schriftliche Arbeiten. O.-L. Dr. Meinertz.

Geschichte und Geographie (3 St.): Geschichte des Orients und Griechenlands bis zur römischen Herrschaft. — Geographie von Europa mit Ausschluss von Deutschland. G.-L. Dr. Scharfe.

Mathematik (4 St.): Proportionen, Potenzen, Wurzeln. Gleichheit der Figuren und Aehnlichkeit der Dreiecke. Schriftl. Arbeiten. G.-L. Paszotta.

Physik (1 St.): Allgemeine Eigenschaften der Körper. Die Lehre von der Wärme. G.-L. Paszotta.

Ober-Tertia.

Ordinarius: Professor Dr. Stein.

Religionslehre a) katholische (2 St.): Katechismus von Deharbe, 2. Hauptst. von den Geboten. Wiederholung der biblischen Geschichte. Kurzer Abriss der Kirchengeschichte. R.-L. Lic. Lüdtke. — b) evangelische (2 St.): Katechismus Luth. II, 3, IV, V. Apostelgeschichte. Abriss der Reformationsgeschichte. Kirchenlieder. G.-L. Böhmer.

Deutsch (2 St.): Lesen, Erklären, Vortragen, Aufsätze. Cand. Seemann.

Polnisch (2 St.): Grammatik, Lesen und Declamiren. Aufsätze. G.-L. Paszotta.

Latein (10 St.): Cäsar's Bell. Gall. IV. V. Curtius III, IV. Tempora und Modi nebst Uebersetzen ins Lateinische. Schriftl. Arbeiten (8 St.). Der Ordinarius. — Ovid 2. Hälfte nach Keck nebst metrischen Uebungen (2 St.) C. Seemann.

Griechisch (6 St.): Xenoph. Anab. I, II, III, c. 1 und 2. Wiederholung des Pensums der Untertertia. Unregelmässige Verba. Schriftl. Arbeiten (4 St.). G.-L. Dr. Scharfe. — Homer's Odyssee I und II (2 St.). O.-L. Dr. Meinertz.

Französisch (3 St.): Hist. d'Aladdin (Göb. 6). Wiederholung des Pensums der Untertertia. Unregelmässige Verba. Uebersetzung ins Französische. Schriftl. Arbeiten. G.-L. Gand.

Geschichte und Geographie (4 St.): Deutsche Geschichte bis 1815 mit besonderer Berücksichtigung der brandenburgisch-preussischen. — Geographie von Deutschland. G.-L. Redner.

Mathemathik (3 St.): Wiederholung der früheren Pensa. Decimalbrüche. Gleichungen des 1. Grades. Parallelogramm und Kreis. Schriftl. Arbeiten. O.-L. Dr. Praetorius.

Unter-Tertia.

Ordinarius der I. Abtheilung G.-L. Gand.

Ordinarius der II. Abtheilung G.-L. Dr. Romahn; seit Pfingsten Cand. Dr. Dolega.

Religionslehre und **Polnisch** verbunden mit Obertertia.

Deutsch (je 2 St.): Lesen, Memoriren, Vortragen, schriftl. Arbeiten. In der I. Abth. Cand. Seemann, in der II. Abth. der Ordinarius.

Latein (je 10 St.): Caesar B. Gall. I, II, III, Ovid erste Hälfte nach Keck nebst metrischen Uebungen. Grammatik bis zu den Relativsätzen nebst Uebersetzung ins Lateinische. Schriftl. Arbeiten. Die Ordinarien.

Griechisch (je 6 St.): Grammatik bis zu den verba liquida einschl. nebst Uebersetzung aus dem Uebungsbuche. Schriftliche Arbeiten. Die Ordinarien.

Französisch (je 2 St.): Formenlehre bis zum unregelmässigen Zeitworte. Uebersetzen aus dem Deutschen und aus dem Französischen. Schriftl. Arbeiten. O.-L. Heppner.

Geschichte und Geographie (je 3 St.): Römische Geschichte. — Geographie von Europa mit besonderer Berücksichtigung der ausserdeutschen Länder. G.-L. Dr. Schultz.

Mathematik (je 3 St.): Wiederholung des Pensums der Quarta. Die Lehre vom Parallelogramm. Die 4 Species in Buchstaben. Gleichungen des 1. Grades mit einer Unbekannten. Schriftliche Arbeiten. G.-L. Paszotta.

Naturgeschichte (2 St.): Im Winter Zoologie: Säugethiere, Vögel, Amphibien; im Sommer Botanik. Botanische Excursionen. Beispiele aus der Mineralogie. O.-L. Dr. Praetorius.

Quarta.

Ordinarius der I. Abtheilung: Oberl. Heppner.

Ordinarius der II. Abtheilung: Oberl. Dr. Königsbeck.

Religionslehre, a) katholische (vor Ostern verbunden mit Tertia, nach Ostern in 2 besonderen Stunden): Geographie von Palästina und Einiges aus der Kirchengeschichte. R.-L. Lic. Luedtke. — b) evangelische (2 St.): Katechismus Luthers II, 1, 2, III. Evang. Marc. gelesen im Vergleich mit Matth. Kirchenlieder. G.-L. Boehmer.

Deutsch (je 2 St.): Lesen, Memoriren, Vortragen, schriftliche Arbeiten. G.-L. Boehmer.

Polnisch verbunden mit Tertia.

Latein (je 9 St.): Syntax der Casus nebst Uebersetzung aus dem Deutschen. Wiederholung der Formenlehre. Lectüre aus Eichert's lateinischem Uebungsbuche. Phädrus I. und II. Buch nebst den Grundsätzen der Prosodie und Metrik. Schriftliche Arbeiten. Die Ordinarien.

Griechisch (je 5 St.): Formenlehre bis zu den Verba liquida ausschl. nebst entsprechender Lectüre aus dem Uebungsbuche. Schriftliche Arbeiten. Die Ordinarien.

Französisch (je 2 St.): Die Abschnitte 3, 4, 5 von Plötz Elementarbuch. In der I. Abtheilung G.-L. Boehmer, in der II. Abtheilung G.-L. Dr. Schultz.

Geschichte und Geographie (je 3 St.): Orientalische und griechische Geschichte. — Geographie der aussereuropäischen Erdtheile. Wiederholung des vorjährigen Pensums Cand. Seemann.

Mathematik (je 3 St.): Decimalbrüche und Anwendung derselben auf die bürgerlichen Rechnungsarten. Geometrie: Parallelen und Einiges über das Dreieck. Schriftl. Arbeiten. G.-L. Paszotta.

Quinta.

Ordinarius der I. Abtheil. Gymnasiallehrer Bock.

Ordinarius der II. Abtheil. Gymnasiallehrer Redner.

Religionslehre, a) katholische (mit VI und VII verbunden in zwei nach der Muttersprache geschiedenen Abtheilungen, je 3 St.): Diöcesan-Katechismus I. Hauptstück: vom Glauben. Aus dem III. Hauptst.: von den Sacramentalien und dem Gebete. Biblische Geschichte des A. T. R.-L. Lic. Luedtke. — b) evangelische (3 St.): Kathechismus Luth. I. erklärt. II. und III. gelernt. Biblische Geschichte des N. T. Kirchenlieder. Geographie von Palästina. G.-L. Boehmer.

Deutsch (je 3 St.): Lesen, Memoriren, Vortragen, schriftl. Arbeiten. Die Ordinarien.

Polnisch (2 St.): Lesen und Vortragen. Orthographische Uebungen. G.-L. Paszotta.

Latein (je 9 St.): Wiederholung des Pensums der Sexta. Unregelmässige und defective Zeitwörter nebst Uebersetzen aus dem Uebungsbuche. Schriftl. Arbeiten. Die Ordinarien.

Französisch (je 3 St.): Die 3 ersten Abschnitte von Plötz Uebersetzungsbuch. Schriftl. Arbeiten. In der I. Abth. der Ordinarius, in der II. Abth. O.-L. Heppner.

Geographie (je 2 St.): Europa. In der I. Abth. der Ordinarius, in der II. Abth. G.-L. Boehmer.

Rechnen (je 3 St.): Gewöhnliche Brüche und Decimalbrüche. Einfache und zusammengesetzte Regel de tri mit Brüchen. Schriftlicho Uebungen. In der I. Abth. Kalohr, in der II. Abth. der Ordinarius.

Sexta.

Ordinarius der I. Abth. Gymnasiallehrer Dr. Scharfe.

Ordinarius der II. Abth. Gymnasiallehrer Dr. Schultz.

Religionslehre, a) katholische verbunden mit Quinta (3 St.). — b) evangelische (3 St.): Die 10 Gebote. Biblische Geschichte des A. T. Kirchenlieder. G.-L. Boehmer.

Deutsch (je 3 St.): Lesen, Memoriren, Vortragen. Der einfache Satz. Schriftl. Arbeiten. Die Ordinarien.

Polnisch verbunden mit Quinta.

Latein (je 9 St.): Grammatik bis zu den unregelmässigen Verba ausschl. nebst Uebungsbeispielen. Schriftl. Arbeiten. Die Ordinarien.

Geographie (je 2 St.): Vorbegriffe. Oceanographie. Die Erdtheile überhaupt. Die Ordinarien

Rechnen (je 4 St.): Die 4 Species. Brüche. Bürgerliche Rechnungen. Schriftl. Arbeiten. Cand. Seemann.

Vorbereitungsclasse.

Ordinarius: Lehrer Kalohr.

Religionslehre verbunden mit Sexta.

Deutsch (10 St.): Lesen, Memoriren, Vortragen. Anfangsgründe der Formen- und Satzlehre. Orthographische Uebungen. Schriftl. Arbeiten. Der Ordinarius.

Geographie (2 St.): Vorbegriffe. Oceanographie. Europa, insbesondere Deutschland und Preussen. Cand. Seemann.

Rechnen (6 St.): Numeriren. Die 4 Species in reinen und unbenannten Zahlen. Mündliche und schriftliche Uebungen. Der Ordinarius.

Technische Fertigkeiten.

Schönschreiben nach Heinrig's Vorschriften und nach Vorschrift des Lehrers in Quinta Sexta und in der Vorbereitungsclasse im Ganzen 6 Stunden, aber bei verschiedenen Abtheilungen der Schüler, während gleichzeitig andere Schüler dieser Classen Religionsunterricht hatten. Ossowski. — In der Vorbereitungsclasse eine besondere Schreibstunde. Kalohr.

Zeichnen: In V und VI mit Lineal und Cirkel, in IV freies Handzeichnen nach Vorlegeblättern (je 2 St.). Ossowski. — In der Vorbereitungsclasse die einfachsten Lineal-Zeichnungen nebst Erklärung der Figuren (1 St.). Kalohr.

Gesang: In V (2 St.) und in VI (3 St.) die musicalischen Zeichen, Ton- und Tactarten Einstimmige Choräle, Turn und andere Gelegenheitslieder. In IV (2 St.) zweistimmiger Gesang mit theoretischen Erläuterungen. Mit dem aus den besten Sängern aller Classen gebildeten Chore wurden in einer wöch. Stunde vierstimmige Stücke eingeübt. Die katholischen Schüler aus diesem Sängerchore übten in 1 St. wöch. katholischen Kirchengesang. Ossowski. — In der Vorbereitungsclasse Einübung leichter Lieder nach dem Gehör, ein- und zweistimmig. Tonleiter, Höhe und Tiefe der Töne, Geltung der Noten und Pausen, Tactarten (2 St.) Kalohr.

Das **Turnen** fand bis Pfingsten unter Leitung des G.-L. Dr. Romahn in der Weise statt, dass im Winter (im Corridor des Gymnasiums) 8 Abtheilungen in je 1 St. und die Vorturner noch in einer besonderen Stunde eingeübt wurden. Seit Pfingsten wurden die Schüler vom O.-L. Dr. Praetorius in 3 Abtheilungen je 2 Stunden und die Vorturner in einer besonderen Stunde eingeübt.

Schriftliche Arbeiten.

I. Aufgaben zur Abiturientenprüfung im März und Juni.

Deutscher Aufsatz: a) Das Glück eine Klippe, das Unglück eine Schule. — b) Der Gang der Handlung und die Charaktere der Hauptpersonen in Sophokles Antigone.

Lateinischer Aufsatz: a) Ut magnas utilitates adipiscimur conspiratione hominum atque consensu, sic nulla tam detestabilis pestis est, quae non homini ab homine nascatur. — b) Utrum rectius Curtius (V, 19, 21) consuetudinem natura potiorem dicat, an Horatius (Epp. I, 10, 24): naturam expelles furca, tamen usque recurret.

Lateinisches Scriptum: a) Aus Muret. Or. V (ed. Frey V. I, p. 52 sq.). — 6) Aus Seyferts Progymnasmata p. 40 sqq.

Griechisch: a) Ermahnungen an einen Jüngling nach Isocrates *πρὸς Δημόνικον*. — b) Aus Lysias Rede gegen die Auflösung der Volksregierung in Athen.

Französisch: a) Aus Rollin Hist. anc. XI, 2, 5. — h) Aus Michaud, Hist. des crois. (Göb. Bibl. III, p. 162 sqq.).

Hebräisch: a) Genes. c. 22, 1—6. — b) I. Sam. c. 8, 1—7.

Mathematik: a) 1. Jemand borgt sich heute 4000 Thlr. zu 5 % und verspricht, dieses Geld in jährlichen Theilzahlungen zurückzuerstatten, welche um eine gewisse Summe wachsen. Den Anfang der Rückzahlung will er über ein Jahr mit 420 Thlr. machen. Um wieviel ist diese Rate jährlich zu steigern, wenn die Schuld nach der achten Rückzahlung getilgt sein soll? — 2. Man soll ein Dreieck construiren aus der Grundlinie, der zu ihr gehörigen Mittellinie und dem Verhältniss der beiden anderen Mittellinien. — 3. Zur Trigonometrischen Bestimmung eines Dreiecks sind gegeben: Der Umfang u, der Radius des eingeschriebenen Kreises ϱ und ein Winkel γ. Beispiel:

$$u = 34 \text{ M}, \quad \varrho = 2 \text{ M}, \quad \gamma = 90^0$$

4. Ein gleichseitiges Dreieck, welches die Seite a hat, wird von einer Kugel im Schwerpunkte berührt. Der Radius dieser Kugel ist ϱ. Wie gross ist der Inhalt derjenigen abgekürzten Pyramide, für welche das gegebene Dreieck eine Grundfläche und die Kugel Berührungskugel ist?

b) 1. Jemand hat 53 Geldstücke, u. z. Stücke von 10 Mark, Thaler, Silbergroschen und Pfennige. Der Werth aller zusammen ist 15 Thlr. 16 Sgr. 6 Pf. Giebt er die Hälfte der Zehnmarkstücke, den vierten Theil der Thaler, den fünften Theil der Sgr. und den dritten Theil der Pf. aus, so behält er noch 39 Stück. Wieviel von jeder Sorte hatte er? — 2. Man soll einen Kreis zeichnen, welcher einen gegebenen Kreis, einen festen Durchmesser und eine Senkrechte zu diesem berühre. — 3. Zur Bestimmung eines Dreiecks ist der Radius des eingeschriebenen Kreises ϱ, der Radius des äussern Berührungskreises ϱ_c und der Winkel γ gegeben, welcher diesem letzteren gegenüberliegt $\varrho = 2$ M, $\varrho_c = 12$ M, $\gamma = 64^0\ 20'$ — 4. In eine Kugel vom Radius r wird ein Oktaeder beschrieben. Wie gross ist die Oberfläche und der Inhalt jedes der beiden Kugelsegmente, welche durch hinreichende Verlängerung einer Oktaederfläche gebildet werden?

2. Themata zu Aufsätzen in der Prima.

a) **Deutsche Aufsätze** in Oberprima: 1. Der griechische und der römische Volkscharakter. — 2. *Αἰδώς τε καὶ δίκη τῶν πόλεών εἰσι κόσμος τε καὶ δεσμός* (Plato, Prot.). — 3. Die Grundzüge der athenischen Jugenderziehung nach Plato's Protagoras. cap. 15. — 4. Des Lebens Mühe lehrt uns allein des Lebens Güter schätzen. (Classenarbeit). — 5. Erquickung hast du nicht gewonnen, wenn sie dir nicht aus eig'ner Seele quillt. (Göthe, Faust). — 6. Uebersetzung und Erklärung des simonideischen Gedichtes in Plato's Protagoras. — 7. Ueber die Berechtigung des Urtheils nach dem Erfolge. — 8. Warum hat der Deutsche Grund auf seine Nationalität stolz zu sein? (Classenarbeit). — 9. Das nationale Element in Klopstock's und Lessing's dichterischer und allgemein schriftstellerischer Thätigkeit. — 10. Prisca iuvent alios, ego me nunc denique natum gratulor. (Ovid).

b) **Deutsche Aufsätze** in Unterprima: 1. Die Unbeständigkeit der Volksurtheile über bedeutende Männer nachgewiesen an Beispielen, erklärt in ihren Ursachen. — 2. Was bewog den Tacitus hinsichtlich der Germanen zu äussern: „aurum et argentum propitiine an irati dii negaverint, dubito". — 3. Wodurch unterscheidet sich der Dichter von den übrigen Sterblichen? (nach einem Cyklus in der Classe gelesener und erklärter Gedichte.) — 4. Grosse Männer oft verderblich für ihr Vaterland. (Classenarbeit.) — 5. Was verpflichtet uns zur Duldsamkeit gegenüber den abweichenden Meinungen Anderer? — 6. Lass mich, Herr, in fremden Sünden nicht eigne Sünde, lass mich Bess'rung finden. (Shakspeare) — 7. Es stürzt den Sieger oft sein eignes Glück. (Classenarbeit.) — 8. Willst du, mein Sohn, frei bleiben, so lerne was Recht's und halte dich genügsam und nie blicke nach oben hinauf. (Göthe.) — 9. Was hast du, o Mensch, dass du nicht empfangen hast? (Classenarbeit) — 10. Wie Socrates durch die Uebung dessen, was er als seinen Lebensberuf bezeichnete, seine Anklage, und wie er durch sein Verhalten vor Gericht seinen Tod herbeiführte. (Nach Plato's Apologie). — 11. Tapferkeit beweist nicht allein der Krieger. — 12. a) Charakterschilderung des Sokrates nach Plato's Apologie und Criton. b) Wie erklärt sich die scheinbare Charakterwandlung der Kriemhild? — 13. Das Nibelungenlied, ein Gesang von der deutschen Treue. (Classenarbeit.)

c) **Lateinische Aufsätze** in Oberprima: 1. Num vana fuerit adulatio Hieronis regis apud Livium profitentis Romanorum magnitudinem admirabiliorem prope adversis rebus quam secundis esse. — 2. Difficilius est invenire qui res secundas quam qui adversas bene ferant. — 3. Omnium societatum nulla est praestantior, nulla firmior, quam cum viri boni moribus similes familiaritate sunt conjuncti. — 4. Quibus temporibus populus Romanus maxime probaverit illud Vergilii: Tu

ne cede malis, sed contra audentior ito! (Classenarbeit.) — 5. Ὑπερηφανία μέγιστον ἀνθρώποις κακόν. — 6. Quibus rebus tamquam vinculo communi Graeciae civitates conjunctae inter se fuerint. — 7. Athenienses melius quam Lacedaemonios cum de Graecia tum de universo hominum genere esse meritos. — 8. In rebus adversis maxime enitere virtutem (Classenarbeit). — 9. Das Abituriententhema vom März. — 10. Non fortunam Pompeio, sed Pompeium fortunae defuisse demonstretur.

d) **Lateinische Aufsätze** in Unterprima: 1. Epaminondam summa laude et admiratione dignum esse demonstretur. — 2. Quam recte Cicero dixisse videatur, Caesaris res gestas insignes fuisse contentionum magnitudine, numero proeliorum, varietate regionum, celeritate conficiendi, dissimilitudine bellorum. — 3. Comparentur inter se Pericles et Augustus. — 4. Uter major Alexander an Philippus? — 5. Henricum I, Germanorum regem, de patria optime meritum esse. — 6. Themistocles et Coriolanus quibus rebus similes, quibus dissimiles fuerint. — 7. Quale fuerit Lycurgi in constituenda republica consilium. — 8. Exponatur, unde discidium illud inter Marium et Sullam ortum sit. — 9. Argonautarum expeditio paucis narretur. — 10. De clade, quam Varus, Romanorum dux, a Germanis accepit. — Classenarbeiten: 1. De bello Punico tertio. — 2. Graecia quibus rebus floruerit, quibus conciderit, quaeritur. — 3. Ciceronem de republica optime meritum esse.

3. Fristen für die schriftlichen Arbeiten.

Deutsch. In I und II alle 4 Wochen, in III alle 3 Wochen ein Aufsatz und daneben in jedem Tertial eine Classenarbeit. In IV alle 2 W. eine häusliche und daneben im Tertiale 1—2 Classenarbeiten. In V, VI, VII wöchentlich eine häusliche oder statt derselben eine Classenarbeit.

Polnisch. In I, II, III alle 4 Wochen ein Aufsatz.

Latein. In I alle 4 Wochen ein häuslicher Aufsatz und in jedem Tertiale ein Probe-Aufsatz in der Classe, in IIA einige Aufsätze gegen Ende des Schuljahres. Exercitien (schriftl. Uebersetzungen ins Lateinische) in I und IIA alle 2 Wochen, in IIB—VI in jeder Woche; neben den zweiwöchentlichen und statt der wöchentlichen Exercitien öfters Extemporalien und Probearbeiten in der Classe.

Griechisch. In I, II, IIIA alle 2 Wochen, in IIIB und IV wöchentlich eine häusliche Arbeit, dort neben, hier statt derselben Classenarbeiten.

Französisch. Exercitien von I—V alle 2 Wochen und daneben Classenarbeiten.

Mathematik und Rechnen. In I, II, III alle 4 Wochen, in IV, V, VI alle 2 Wochen eine häusliche und daneben Classenarbeiten.

Verzeichniss der Lehrbücher.*)

Religionslehre, a) katholische. In I und II: Martin Lehrbuch. In III und IV: Deharbe grosser Katechismus, und Storch Cultus der katholischen Kirche (III). In V, VI und VII: Diöcesan-Katechismus und Schuster bibl. Geschichte (Deharbe und Schuster theils in deutscher, theils in polnischer Sprache). — b) evangelische. In I und II: Hollenberg Hülfsbuch für den evang. Religionsunterricht. In IV—VII: Preuss bibl. Geschichten. In III—VI: Weiss Religionsbüchlein nach Luthers Katechismus und Achtzig Kirchenlieder.

Deutsch. In I, II, IIIA Deycks Auswahl. In IIIB—VII Bone's kleineres Lesebuch.

*) Die gelesenen Schriftsteller, ferner Bibel, Wörterbücher und Kartenwerke sind nicht aufgeführt.

Polnisch. In I und II: Cegielski Nauka poezyi. In IIIA bis VI: Rymarkiewicz Wzory prozy I. u. II. Theil, Szostakowski Grammatik.

Latein. In allen Classen: Moiszisstzig Grammatik. In I und II: Süpfle Stilübungen. In III und IV: Ostermann Uebungsbuch zum Uebersetzen aus dem Deutschen ins Lateinische und Eichert Chrestomathia latina. In V und VI: Moiszisstzig Uebungsbuch.

Griechisch. In I—IV: Buttmann Grammatik. In IIIB und IV: Gottschick Lesebuch und Beispielsammlung zum Uebersetzen aus dem Deutschen ins Griechische.

Französisch. In I—IIIB: Knebel Grammatik und Höchsten Uebungsbuch. In I, II, IIIA: Goebel Bibliothek gediegener und interessanter franz. Werke (einzelne Bändchen). In IIIB: Knebel Uebungsbuch. In IV und V: Plötz Elementarbuch.

Hebräisch. In I und II: Vosen Grammatik und Grimm Vocabularium.

Geschichte. In I—IIIA: Pütz. In IIIB und IV: Welter.

Geographie: Nieberding.

Mathematik: Koppe: Arithmetik, Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie, und Vega's Logarithmen-Tafeln.

Physik: Koppe.

Naturgeschichte: Schilling's kleine Naturgeschichte.

Uebersicht der Lehrfächer und Stundenvertheilung im Schuljahr 1872–73.

Lehrer	Ordinarius von	IA.	IB.	IIA.	IIB.	IIIA.	IIIBa.	IIIBb.	IVa.	IVb.	Va.	Vb.	VIa.	VIb.	VII.	Zahl der Stunde.
1. Dr. August Uppenkamp, Director.	I.	2 Horaz 3 (2) Lat. (IA–IB) 1 Phil. Propäd. (IA–IB)	2 Horaz	2 Homer 2 Franz.												12 (11)
2. Dr. Heinr. Moiszisstzig, Prof. u. erster Oberlehrer	II A	2 Homer (IA–IB)	3(4) Lat.	10 Lat. 4 Griech.												19 (20)
3. Dr. Heinr. Stein, Prof. und zweiter Oberlehrer	IIIA.	2 Deut. 4 Griech. 3 Gesch. u. Geog. (IA–IB)		3 Gesch. u. Geog.		8 Lat.										20
4. Dr. Otto Meinertz, dritter Oberlehrer.	IIB.	3(4) Lat. 2 Franz. (IA–IB)			10 Lat. 2 Franz.	2 Homer										19 (20)
5. Dr. Ignaz Praetorius, vierter Oberlehrer.		4 Math 2 Physik (IA–IB)	4 Math.	4 Math. 1 Physik		3 Math.	2 Naturgesch. (IIIBa–IIIBb)									20
6. Lic. th. Clem. Luedtke, kathol. Religionslehrer.		2 Religionsl. 2 Hebräisch (IA–IB)		2 Religionsl. 2 Hebräisch (IIA–IIB)		2 Religionsl. (IIIA–IIIBb)			2 Religionsl. (IVa–IVb)		3 Religionsl. in deutscher Sprache. 3 Religionsl. in polnischer Sprache. (Va–VII)					18
7. Dr. Max Koenigsbeck, fünfter Oberlehrer.	IVb.		2 Deut 4 Griech.							9 Lat. 5 Griech.						20
8. Julius Heppner, Oberl. und erster ordentl. Lehrer.	IVa.						2 Franz.	2 Franz.	9 Lat. 5 Griech.			3 Franz.				21
9. Valentin Gand, zweiter ordentl. Lehrer.	IIIBa.			2 Deut.		3 Franz.	10 Lat. 6 Griech.									21
10. Dr. Bernhard Romahn, dritter ordentl. Lehrer, *)	IIIBb.				4 Griech.			2 Deut. 10 Lat. 6 Griech.								22
11. Wilhelm Bock, vierter ordentl. Lehrer.	Va.				2 Deut 2 Homer						3 Deut. 9 Lat. 3 Franz. 2 Geogr.					21
12. Rartholom. Paszotta, sechster ordentl. Lehrer.		2 Polnisch (IA–IIA)			4 Math. 1 Phys.		3 Math. 2 Polnisch (IIIBa–IVb)	3 Math.	3 Math.	3 Math.	2 Polnisch (Va–VIb)					23
13. Dr. Paul Schultz, siebenter ordentl. Lehrer.	VIb.						3 Gesch. u. Geog.	3 Gesch. u. Geog.		2 Franz.				3 Deut. 9 Lat. 2 Geog.		22
14. Aloysius Redner, siebenter ordentl. Lehrer.	Vb.					4 Gesch. u. Geog.						3 Deut. 9 Lat. 3 Rech.			2 Deut.	21
15 Dr. Johannes Scharfe, achter ordentl. Lehrer.	VIa.				3 Gesch. u. Geog.	4 Griech.							3 Deut. 9 Lat. 2 Geog.			21
16. Adolf Böhmer, neunter ord. Leh. u. ev. Rel.-Leh.		2 Religionsl. (IA–IB)		2 Religionsl. (IIA–IIB)		2 Religionsl (IIIA–IIIBb)			2 Deut. 2 Franz. 2 Religionsl. (IVa–IVb)	2 Deut.	3 Religionsl. (Va–Vb)	2 Geog.	3 Religionsl. (VIa–VII)			22
17. Johannes Seemann, Candidat.						2 Deut. 2 Ovid	2 Deut.		3 Gesch. u. Geog.	3 Gesch. u. Geog.			4 Rech.	4 Rech.	2 Geogr.	22
18. Martin Ossowski, technischer Lehrer.		2 Gesang für alle Classen (IA–IIIBb)							2 Zeichnen 2 Gesang (IVa–IVb)		2 Zeichnen 2 Gesang (Va–Vb) 3 Schreiben neben den Religionsstunden (Va–VII)		2 Zeichnen 3 Gesang (VIa–VIb)			21
19. Ferdinand Kalohr, Lehrer der Vorschule.	VII										3 Rech.				9 Deutsch 6 Rechnen 2 Gesang 1 Zeichnen 3 Schreiben	24

*) Seit 19. Mai d. J. vertreten von dem Candidaten Dr. Silvius Dolega.

Verfügungen von allgemeinerem Interesse.

Dem Gymnasiallehrer Paszotta soll vom 1. Jan. 1873 ab die Verwaltung der Gymnasialcasse übertragen werden. Königsberg, 29. Sept. 1872.

Heis Atlas coelestis novus empfohlen. Königsberg, 8. Oct. 1872.

Fröhlich Geschichte des Graudenzer Kreises empfohlen. Königsberg, 14. Oct. 1872.

Bei der Ausstellung von Abgangszeugnissen ist der Grad der erlangten wissenschaftlichen Bildung stets mit derselben Genauigkeit und sachlichen Strenge zu bezeichnen, gleichviel ob die abgehenden Schüler auf eine andere Lehranstalt oder in einen bürgerlichen Beruf überzutreten beabsichtigen. Insbesondere ist es völlig unstatthaft, denjenigen Schülern, welche bei ihrem Verbleiben auf der Anstalt in die nächst höhere Classe nicht versetzt worden wären, in ihrem Abgangszeugnisse die Reife für diese Classe zuzuerkennen. Königsberg, 3. Dec. 1872.

Keller Deutsche Schulgesetz-Sammlung empfohlen. Königsb. 3. Jan. 1873.

Zur Förderung des Schreib-Unterrichts ist vorzugsweise darauf zu sehen, dass jeder Lehrer bei jeder schriftlichen Arbeit auf gute und reinliche Handschrift halte. Königsb., 16. Jan. 1873.

Der Herr Minister hat dem Gymnasium einen jährlichen Zuschuss von 600 Thlrn. zur Ergänzung des Normal-Etats zugewiesen. Königsb. 31. (Berlin 21.) März 1873.

Der katholische Religionsunterricht ist in Tertia und Quarta nur in deutscher Sprache zu ertheilen und zwar für beide Classen in besonderen Unterrichtsstunden. Königsb., 20. April 1873.

Der Herr Minister hat genehmigt, dass der katholische Religionsunterricht in den Classen Quinta und Sexta des hiesigen Gymnasiums bis Michaelis 1874 (also für die Dauer des nächstfolgenden Schuljahres) in der Muttersprache der Schüler ertheilt werde. Von da an muss aber die Unterrichtssprache beim katholischen Religions-Unterrichte ebenso wie für alle andern Gegenstände die deutsche sein, die bis dahin in der Vorbereitungsschule und in den Elementarschulen hinlänglich geübt werden kann. Königsb., 5. Juli 1873.

Die neuesten Erfahrungen haben von neuem für die Nothwendigkeit der Revaccination entschieden, und der Herr Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten hat deshalb angeordnet, dass dieser Angelegenheit die grösste Aufmerksamkeit gewidmet werden soll, um der Pockenkrankheit Ausdehnung und Intensität zu benehmen. Der Director wird daher veranlasst, dafür zu sorgen, dass auch die Schüler des Gymnasiums dieser als höchst wirksam anerkannten Schutzmassregel theilhaftig werden. Königsb., 24. Juni 1873.

Die Vorschriften der Directoren-Instruction in Beziehung auf die Strafe des Nachsitzens, insbesondere auf die Beschränkung dieser Strafart und die Nothwendigkeit der Beaufsichtigung werden den Schulvorstehern zu genauester Nachachtung und zu entsprechender Anweisung der Lehrer in Erinnerung gebracht und noch näher bestimmt. Königsb., 25. Juni 1873.

Chronik.

Die Unterrichtszeit des vergangenen Schuljahres erstreckte sich in 3 Tertialen vom 12. September bis zum 21. December, vom 7. Januar bis zum 9. April, und vom 24. April bis zum 2. August.

Vor dem Beginne des Schuljahres wurde der Candidat Herr Eduard Haub als 4. ordentlicher Lehrer an das Gymnasium zu Rössel, und der Candidat Herr Anton Sioda in gleicher Eigenschaft an das Gymnasium in Culm versetzt. Das Collegium ergänzte sich mit dem Anfange des Schuljahres durch zwei neue Lehrer: Herr Wilhelm Bock wurde geboren am 3. Febr.

1837 zu Coesfeld in Westfalen, studirte in Münster und in Berlin, bestand die Prüfung pro facultate docendi im J. 1863, war demnächst als Probecandidat und Hülfslehrer in Rheine, Deutsch-Crone und Neustadt in Westpreussen thätig und wurde vom 1. Januar 1866 ab als 5. ordentlicher Lehrer in Neustadt und vom 1. October 1872 ab als 4. ordentlicher Lehrer in Konitz angestellt. — Herr Johannes Seemann wurde geboren am 13. Febr. 1845 zu Culm, studirte Philologie und Geschichte in Berlin und war nach Ablegung der Prüfung pro fac. doc. als Probecandidat und als Hülfslehrer in Braunsberg und Rössel, seit dem 12. Sept. v. J. als Hülfslehrer hier thätig.

Der 3. ordentliche Lehrer Herr Dr. Bernhard Romahn schied am 10. Mai von hier, nachdem er zum 2. Oberlehrer an dem neugegründeten Gymnasium zu Strasburg in Westpreussen ernannt war. — Sein Stellvertreter war vom 19. Mai ab Herr Dr. Silvius Dolega. Er wurde geboren am 2. November 1846 in Panzerei bei Osterode, studirte auf den Universitäten Königsberg und Breslau, wurde auf Grund der Abhandlung: De Sallustio Graecorum scriptorum imitatore, zum Doctor promovirt, am 9. Nov. 1872 pro fac. doc. geprüft und absolvirte einen Theil seines Probejahrs in Neustadt und Culm.

Der 8. ordentliche Lehrer Herr Dr. Johannes Scharfe ist vom 1. August d. J. ab zum Schul-Inspector für den Landkreis Danzig ernannt worden und wird daher mit dem Ende des Schuljahres die Anstalt verlassen. — Auch mich, den unterzeichneten Director des Gymnasiums, hat der Herr Minister aufgefordert, vom 1. October ab die hiesige Stellung mit einer ähnlichen am königlichen Mariengymnasium in Posen zu vertauschen. Nicht nach eigener Wahl, sondern im Bewusstsein meiner Pflicht und im Gefühle der Dankbarkeit für das mir von den vorgesetzten Behörden geschenkte Vertrauen verlasse ich eine mir seit 7 Jahren lieb gewordene Wirksamkeit, in der mir von Collegen, Schülern und Eltern zahlreiche Beweise des Wohlwollens zu Theil geworden sind.

Am Tage nach der Eröffnung des Schuljahres (13. Sept.) feierte das Gymnasium auf der Aula den 100jährigen Jahrestag der Vereinigung von Westpreussen mit dem preussischen Staate. Der Director hielt einen Vortrag über die in Betracht kommenden geschichtlichen Verhältnisse. Bei derselben Veranlassung wurde von Sr. Majestät dem Kaiser und Könige dem Director der rothe Adlerorden 4. Klasse verliehen. — Das Geburtsfest Sr. Majestät des Kaisers und Königs wurde am 22. März durch Gesang, Vortrag der Schüler und eine Rede des Herrn G.-L. Dr. Schultz gefeiert. — Ein gemeinsamer Ausgang in das „Wäldchen" fand am 26. Juni statt.

Der Empfang der h. Sakramente erfolgte Seitens der Gesammtheit der katholischen Schüler einmal in jedem Tertiale mit dankenswerther Beihülfe mehrerer Herren Geistlichen. — Am 22. Mai wurden 34 Schüler zur ersten h. Communion angenommen.

Der Quartaner Wladislaw Bonin starb noch vor dem Schlusse des vorletzten Schuljahrs und wurde am 29. Juli 1872 von den Lehrern und Schülern des Gymnasiums zum Grabe begleitet. Am 17. September begleiteten wir den verstorbenen Quartaner Eugen Ehrhardt, am 13. Februar den Sextaner Johann Wegner, nachdem am 21. Januar der Unter-Tertianer Anton Paul Schmidt in seiner Vaterstadt Danzig gestorben war.

Eine Prüfung der Abiturienten fand unter dem Vorsitze des Herrn Provincial-Schulraths Dr. Goebel am 15. März und am 14. Juli statt. In der ersten Prüfung wurden 5, in der zweiten 7 Abiturienten für reif erklärt. Einem derselben, Albert Kluck, wurde die mündliche Prüfung erlassen.

Name.	Geburtsort.	Confession.	Alter.	Aufenthalt auf dem Gymn.	Aufenthalt in Prima	Berufsfach.
1. Heinrich Begach.	Tuchel	jüd.	22¼	8½	2½	Rechtswiss. in Berlin.
2. Wilh. Boettcher	Schönau	evang.	22⅓	9½	2½	Steuerfach.
3. Gustav Cohn . . .	Schlochau	jüd.	20½	7½	2½	Baufach in Berlin.
4. Theod. Jankowski	Flatow	kath.	20½	8½	2½	Theol. und Philologie. in Breslau.
5. Ernst Trantow .	Czernitza	evang.	20½	11½	2½	Postfach.
6. Franz Górski . .	Gościeżadź	kath.	21	6	2	Arzneiwiss. in Breslau.
7. Albert Kluck . .	Lanken	kath.	19¾	9	2	Theologie.
8. Rudolph Labes .	Konitz	evang.	19¾	11	2	Baufach in Dresden.
9. Paul Lehmann .	Schwetz	evang.	19⅓	10	2	Rechtsw. in Königsberg.
10. Alb. Rosentreter	Abrau	kath.	19¾	9	2	Steuerfach.
11. Bruno Schulz . .	Konitz	kath.	20½	11	2	Theol. und Philologie in Würzburg.
12. Adolf Vossius . .	Zempelburg	evang.	18½	9	2	Arzneiw. in Königsberg.

Statistisches.

1. Schülerzahl.

Die Gesammtzahl der Schüler, welche im Laufe des Schuljahres das Gymnasium mit Einschluss der Vorbereitungsclasse besucht haben, beträgt **572**, von denen **123** neu aufgenommen sind. Nach dem Abgange von 68 Schülern waren bis zum 15. Juli **504** Schüler vorhanden und folgendermassen vertheilt: IA 8, IB 19, IIA 27, IIB 33, IIIA 39, IIIBa 35, IIIBb 39, IVa 38, IVb 39, Va 52, Vb 42, VIa 53, VIb 39, VII 41. Von diesen 504 Schülern sind 225 katholischer, 224 evangelischer, 55 jüdischer Confession, 149 aus Konitz, 355 auswärtige.

2. Unterrichtsmittel.

Die Lehrerbibliothek, verwaltet von Herrn Prof. Dr. Stein, wurde aus den vorhandenen Mitteln und durch die vom königlichen Cultusministerium geschenkten Zeitschriften von Haupt und von Kuhn bereichert. — Die nach den einzelnen Classen gesonderte Schülerbibliothek wurde vorzugsweise von den Lehrern der deutschen Sprache verwaltet. — Die Sammlung von Schulbüchern im Convicte (bibliotheca pauperum), von Herrn Relig.-L. Luedtke verwaltet, ist um 134 Bände vermehrt worden, zum Theil durch Schenkungen der Buchhandlungen von J. K. Zupanski in Posen, Schöningh in Paderborn, Jssleib und C. in Gera, der Abiturienten Fabian, Kunert, J. Behrendt, Schulz (Culm), Cohn, Jankowski, und des Herrn Vicars Lysakowski. — Wie die bibl. pauperum, so wird auch die von Herrn G.-L. Paszotta verwaltete polnische Schülerbibliothek aus Beiträgen der Schüler unterhalten. — Herr Kalohr schenkte eine Anzahl von Vorschriften für die Schüler. — Für die naturwissenschaftliche

Sammlung haben einzelne Gegenstände geschenkt oder leihweise überlassen die Herren: Jarczambeck, Mentzel (Jesiorken), Postexpedient Behrendt (Louisenthal), Kreisbaumeister Nünneke, Stabsarzt Dr. Joseph, Kaufmann Busse, Gutsbesitzer Kahlert (Dunkershagen) und die Schüler der Unter-Tertia Fritz Schmidt, Wiese, Senff und der Untersec. Mehring. Für diese Wohlthaten sei der verbindlichste Dank ausgesprochen.

3. Stiftungen und Unterstützungen.

Die Gymnasial-Krankenkasse, fortwährend von Herrn Prof. Dr. Moiszisstzig zum Besten der Schüler unentgeltlich verwaltet, hatte

Bestand von 1871—72	666 Thlr.	13 Sgr.	2 Pf.
Einnahme von 1872—73	219 „	29 „	— „
Summe:	886 Thlr.	12 Sgr.	2 Pf.
Ausgabe von 1872—73	229 „	1 „	— „
Bestand:	657 Thlr.	11 Sgr.	2 Pf.

Das Hochw. Bischöfliche General-Vicariat-Amt von Culm hat das Lamke'sche Stipendium (34 Thlr. 14 Sgr.) dem Franz Hirsch (IB), das Kretek'sche (31½ Thlr.) dem August Otto (IB), das Schultz'sche (21 Thlr. 19 Sgr.) dem Albert Rosentreter (IA) und dem Leo Behrendt (IIA) zugewendet. — Der Ertrag der Nelke-Stiftung wurde in kleineren Summen unter arme Schüler vertheilt. — Von den an der Gymnasialcasse zu erhebenden Legaten bezog das v. Radziecki'sche (55 Thlr.) der Stud. med. Franz Rogala, das v. Derengowski'sche (3½ Thlr.) Zielinski (IB), das Splettstösser'sche (12 Thlr. 5½ Sgr.) Glinski (IIIA), das Pysnicki'sche (3 Thlr. 27½ Sgr. Prądzynski (IB), das Jubiläumsstipendium (13 Thlr. 6 Sgr.) Poehlmann (IB), das Goebel-Meller'sche (12 Thlr.) bis Ostern Trantow (IA).

Der Verein zur Unterstützung der studirenden Jugend Westpreussens hat durch Herrn Lic. Luedtke 120 Thlr. an dürftige Schüler vertheilen lassen.

Von den erledigten Freistellen im Convicte (Inspector Herr R.-L. Lic. Luedtke) erhielt N. III Paul Eichstädt (IIB), N. II Franz Kunza (IIB). — Im Alumnate (Inspector derselbe) fanden 21 Schüler Wohnung.

Schlussfeier.

Die **öffentliche Prüfung** findet am **Freitag** den 1. August in folgender Ordnung statt:

Vorm. 8—8½ Uhr: VII (Vorbereitungsclasse) Deutsch,
8½—9: VIa Rechnen, 9—9½: VIb Latein,
9½—10: Va Deutsch, 10—10½: Vb Geographie,
10½—11: IVa Griechisch, 11—11½: IVb Geschichte,
11½—12: IIIBa Ovid, 12—12½: IIIBb Mathematik.
Nachm. 3—3½: IIIA Latein, 3½—4: IIB Homer,
4—4½: IIA Livius, 4½—5: I Physik.

Sonnabend d. 2. August ist Vorm. von 8 Uhr an Gottesdienst in der Gymnasialkirche, und von 9 Uhr an in der Aula Gesang und Vortrag der Schüler, Entlassung der Abiturienten und Verkündigung des Ascensus.

Das neue Schuljahr

wird am **Donnerstage** d. 11. September Morgens 8 Uhr mit kirchlichem Gottesdienste eröffnet werden. Die Anmeldung neuer Schüler geschieht für die einheimischen Schüler am 9. Sept., für die auswärtigen am 9. und 10. Sept., jedesmal in den Stunden von 8—12 und von 3—5 Uhr. Jeder aufzunehmende Schüler hat ein Impf-Attest beizubringen. Für die Wahl der Pensionate ist die Zustimmung des Directors erforderlich.

Konitz, den 23. Juli 1873.

Dr. Uppenkamp, Gymn.-Director.

Druckfehler:

In der Tabelle S. 31 ist zu lesen:

Barthol. Paszotta, fünfter ordentl. Lehrer,

Dr. Paul Schultz sechster ordentl. Lehrer.